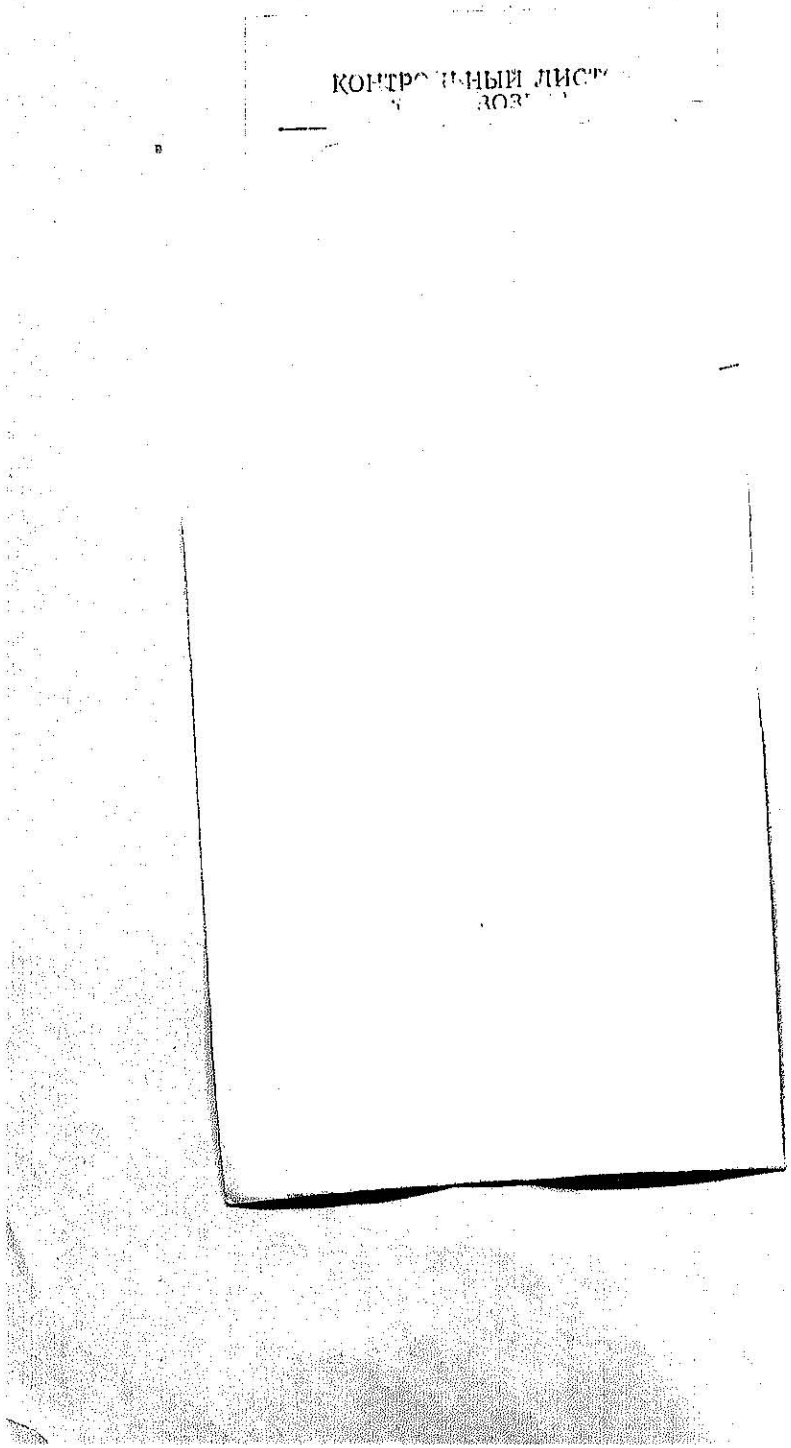
621.01
Т-195

Московский государственный технический университет
имени Н. Э. Баумана

Г. А. ТИМОФЕЕВ, А. В. ЯМИНСКИЙ,
В. В. КАГАНОВА

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ И ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭВМ

Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана
2000



КОНТРОЛЬНЫЙ ЛИСТ
ЗОЗ

34.01
Т 49

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. Н.Э.БАУМАНА

Г.А. ТИМОФЕЕВ, А.В. ЯМИНСКИЙ,
В.В. КАГАНОВА

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ И ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭВМ

Рекомендовано редсоветом МГТУ им. Н.Э.Баумана в качестве учебного пособия

МГТУ
имени Н.Э. БАУМАНА
БИБЛИОТЕКА
ЧИТАЛЬНЫЙ ЗАЛ

Москва

Издательство МГТУ им. Н.Э.Баумана
2000

УДК 621.833(075.8)
ББК 34.445
Т41

Резензенты: *В.Д.Плахтин, В.В.Лычагин*

Т41 **Тимофеев Г.А., Яминский А.В., Каганова В.В.**
Проектирование зубчатых передач и планетарных механизмов с использованием ЭВМ. Учеб. пособие / Под ред. Г.А.Тимофеева. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2000. – 60 с., ил.

ISBN 5-7038-1529-0

Представлены основные виды эвольвентных передач, методики геометрического расчета эвольвентных зубчатых передач и синтеза различных планетарных механизмов. Дано описание программных средств.

Для студентов машиностроительных специальностей, изучающих соответствующие разделы и выполняющих курсовую работу по первой части дисциплины «Основы проектирования машин».

Ил. 10 Табл. 5. Библиогр. 6 назв.

УДК 621.833(075.8)
ББК 34.445

Редакция заказной литературы

Геннадий Алексеевич Тимофеев
Андрей Владимирович Яминский
Валентина Викторовна Каганова

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ И ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭВМ

Заведующая редакцией *Н.Г.Ковалевская*
Редактор *Е.К.Кошелева*
Корректор *М.А.Василевская*

Изд. лиц. №020523 от 25.04.97.
Подписано в печать 20.01.2000 г. Формат 6084/16. Бумага тип. №2 Печ. л. 3,75.
Усл. печ. л. 3,49. Уч. -изд. л. 3,34. Тираж 300 экз. Изд. №1. Заказ

Издательство МГТУ им. Н.Э.Баумана,
типография МГТУ им. Н.Э.Баумана.
107005, Москва, 2-я Бауманская, 5.

ISBN 5-7038-1529-0

© МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2000

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время почти нет машин и механизмов, в которых не использовались бы передачи зацеплением. Широкое распространение зубчатых механизмов объясняется, с одной стороны, повышением быстроходности силовых приводов, а с другой – надежностью их в работе и высокой несущей способностью.

Правильно рассчитанные зубчатые передачи и планетарные механизмы могут работать теоретически неограниченное, а практически – очень длительное время. Такие передачи имеют малые габаритные размеры, высокие значения КПД, высокую кинематическую точность.

В задании на курсовой проект по теории механизмов зубчатая передача и планетарный механизм рассматриваются как часть общей кинематической схемы проектируемой машины. Они используются в качестве либо основного механизма для привода исполнительных звеньев, либо вспомогательного передаточного механизма для преобразования движения между двигателем и исполнительным устройством.

В настоящем учебном пособии изложены методы расчета цилиндрических эвольвентных зубчатых передач внешнего зацепления и планетарных механизмов, широко используемых в различных машинах, приборах и устройствах.

Глава 1. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

§1. Виды зубчатых передач и их свойства

При проектировании зубчатой передачи существенную роль играет выбор ее геометрических параметров. Геометрический расчет зубчатой передачи выполняют при условии, что модуль m зубчатых колес получен из расчета зубьев на прочность.

Цилиндрическая зубчатая передача может быть составлена из колес с прямыми и косыми зубьями. Передачи с косозубыми колесами имеют определенные достоинства, которые следует учитывать при проектировании: 1) они имеют высокий коэффициент перекрытия, который определяется рабочей шириной зубчатых колес и может быть практически доведен до 10 и более; 2) их можно выполнить при небольшом числе зубьев колес (практически малое колесо может иметь число зубьев три, теоретически оно может быть доведено до одного). Отрицательным свойством косозубой передачи является наличие осевых сил, что усложняет конструкцию передачи.

Зубчатые передачи с прямыми и косыми зубьями, в соответствии с ГОСТ 16531—83, могут быть трех видов: без смещения, положительные и отрицательные.

Зубчатая передача без смещения составляется или из зубчатых колес без смещения ($x_1 = x_2 = 0$), или из одного положительного и другого отрицательного колеса, при условии, что $x_1 = -x_2$ (так называемая равносмещенная передача). Делительные окружности колес зубчатой передачи без смещения соприкасаются в полюсе зацепления P и в процессе зацепления перекатываются друг по другу без скольжения, т. е. одновременно являются начальными окружностями колес (рис. 1, *а*), при этом коэффициент воспринимаемого смещения y равен нулю. Радиусы начальных окружностей равны радиусам делительных окружностей:

$$r_W = r = \frac{mz}{2}.$$

Межосевое расстояние, равное сумме радиусов делительных окружностей:

$$a_W = r_1 + r_2 = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} = a, \qquad (1.1)$$

называется делительным межосевым расстоянием, а угол зацепления передачи без смещения $\alpha_W = \alpha$.

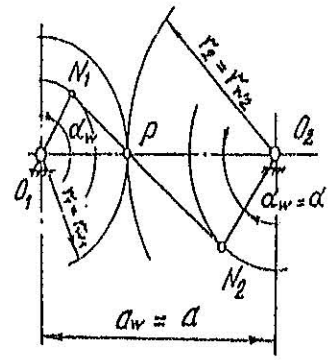


Рис. 1, *а*

Положительная зубчатая передача может быть составлена из двух положительных зубчатых колес ($x_{1,2} > 0$) или из одного положительного и другого без смещения, или, наконец, из одного положительного и другого отрицательного колеса. В последнем случае абсолютное значение коэффициента смещения положительного колеса должно быть больше, чем отрицательного. Делительные окружности колес положительной зубчатой передачи не соприкасаются, поэтому коэффициент воспринимаемого смещения $y > 0$ (рис. 1, *б*), начальные окружности больше делительных, т.е. межосевое расстояние равно сумме радиусов начальных окружностей колес:

$$a_W = r_{W1} + r_{W2} = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} \cdot \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_W}. \qquad (1.2)$$

При этом $a_W > a$, а угол зацепления положительной зубчатой передачи $\alpha_W > \alpha$.

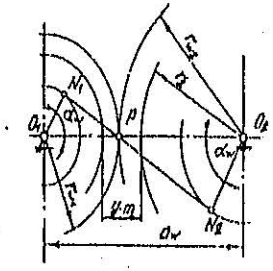


Рис. 1, *б*

Отрицательная зубчатая передача может быть составлена из двух отрицательных зубчатых колес или из одного отрицательного и другого колеса без смещения, или же из одного отрицательного и другого положительного колеса. В последнем случае коэффициент смещения отрица-

тельного зубчатого колеса должен быть по абсолютному значению больше, чем положительного. Делительные окружности отрицательной зубчатой передачи пересекаются (рис. 1, *в*). Радиусы делительных окружностей больше радиусов начальных окружностей ($r > r_w$). Воспринимаемое смещение y этой передачи отрицательное; межосевое расстояние определяют по той же формуле, что и для положительной передачи:

$$a_w = \frac{m z_\Sigma}{2} \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}.$$

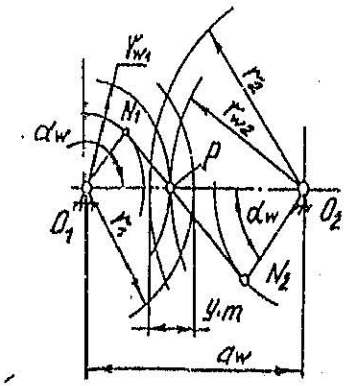


Рис. 1, *в*

Для отрицательной передачи $a_w < a$ и $\alpha_w < \alpha$.

При проектировании следует учитывать особенности каждого вида передач. Наилучшими качествами обладают положительные зубчатые передачи: у них больше радиусы кривизны боковых поверхностей зубьев и при тех же передаточном числе и модуле они могут иметь меньшие габаритные размеры и массу.

Эксплуатационные показатели у передач без смещения хуже, чем у положительных, однако в настоящее время они достаточно часто применяются в машинах, так как очень просто рассчитываются и удовлетворяют принципу сменности колес. Отрицательную передачу, имеющую наихудшие эксплуатационные показатели, применяют, как правило, когда задано межосевое расстояние.

§ 2. Исходный производящий контур инструмента и станочное зацепление

Геометрия проектируемой передачи определяется параметрами исходного контура инструмента и его смещениями при нарезании колес передачи. Поэтому при проектировании прежде всего следует задать исходный производящий контур инструмента и выбрать расчетные смещения.

Если цилиндрическое зубчатое колесо нарезается реечным инструментом, то станочное зацепление рассматривают в торцовой плоскости, перпендикулярной оси зубчатого колеса. Такое зацепление является зацеплением реечного исходного производящего контура с нарезаемым колесом.

Реечный исходный производящий контур, в соответствии с ГОСТ 13755–81, – это контур зубьев в нормальном или торцовом сечении производящей рейки плоскостью, перпендикулярной к ее делительной плоскости.

Параметры исходного производящего контура стандартизированы. На рис. 2 изображен исходный производящий контур для нарезания цилиндрических эвольвентных колес с модулем от 1 мм и более по ГОСТ 13755–81. Это прямобочный реечный контур с равномерно чередующимися симметричными зубьями и впадинами; переход от профиля зуба к линии впадин очерчен дугой окружности.

Стандартом установлены следующие параметры и коэффициенты исходного контура: угол главного профиля $\alpha = 20^\circ$; коэффициент высоты головки зуба $h_a^* = 1{,}0$; коэффициент высоты ножки $h_f^* = 1{,}25$; коэффициент граничной высоты (т.е. высота прямолинейного участка профиля) $h_l^* = 2\,h_a^*$; коэффициент радиуса кривизны переходной кривой $\rho_f^* = 0{,}38$; коэффициент радиального зазора $c^* = 0{,}25$. Абсолютные значения размеров зуба исходного контура получают умножением перечисленных коэффициентов на модуль.

Исходный контур для мелкомодульных ($0{,}1 \le m < 1{,}0$) колес регламентирован ГОСТ 9587–81. Параметры исходного контура: $h_a^* = 1{,}0 \ldots 1{,}1$; $c^* = 0{,}25 \ldots 0{,}40$. Переходная кривая может быть выполнена одной дугой радиусом $0{,}44m$ (или двумя дугами радиусом $0{,}38m$) и сопрягающей прямой.

Для нарезания косозубых колес применяют тот же стандартный инструмент, что и для прямозубых, но его устанавливают наклонно к плоскости заготовки. Реечный исходный производящий контур в этом случае имеет параметры, зависящие от угла наклона линий зубьев. Эти параметры определяют следующим образом:

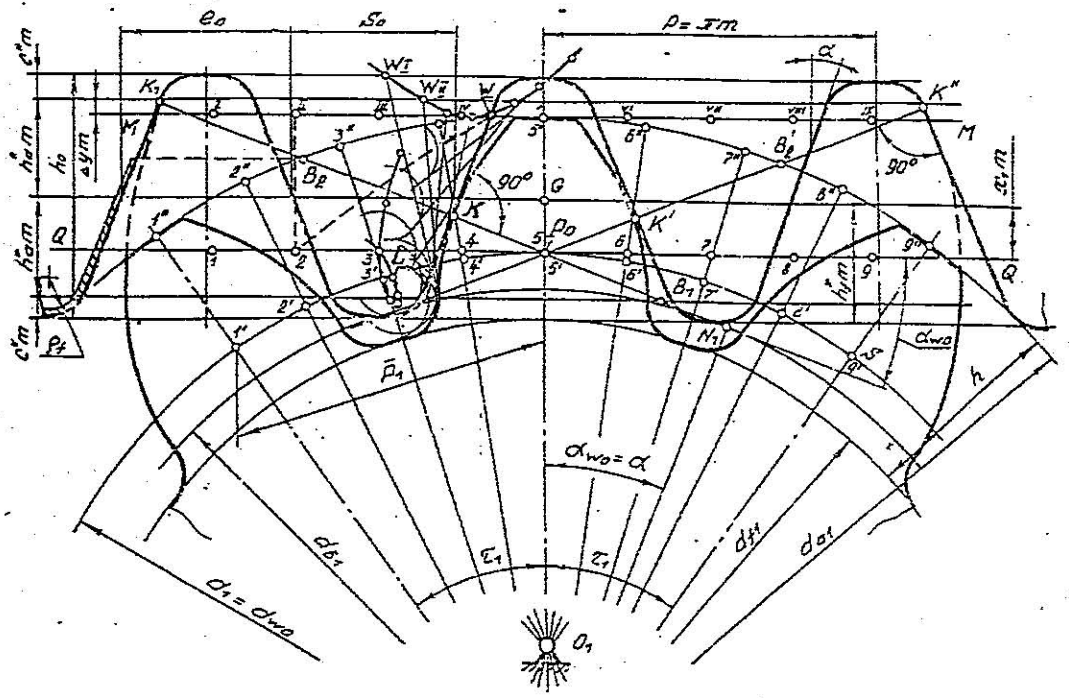

e₀
S₀
p = πm
α
K₁
K''
M₁
M
W I
W II
W
h₀m
h₀m
h₀m
h₀
Δym
c*m
c*m
Q
Q
ρf
90°
90°
G
K
K'
ρ₀
B₂
B₂'
B₁
N₁
N₁'
ρ̄₁
αw0 = α
αw0
h
h₁m
x₁m
db1
da1
df1
d1 = dw0
τ1
τ1
O1

Рис. 2

угол профиля

$$\alpha_t = \operatorname{arctg}\left(\frac{tg\,\alpha}{\cos\beta}\right); \qquad (1.3)$$

шаг

$$p_t = \frac{p}{\cos\beta}; \qquad (1.4)$$

модуль зубьев

$$m_t = \frac{m}{\cos\beta}; \qquad (1.5)$$

коэффициент высоты головки зуба

$$h_{ta}^* = h_a^* \cos\beta; \qquad (1.6)$$

коэффициент радиального зазора

$$c_t^* = c^* \cos\beta. \qquad (1.7)$$

Следовательно, зная параметры контура для нарезания прямозубого колеса: α, m, h_a^*, c^* и угол наклона линии зубьев β, можно подсчитать все параметры реечного исходного производящего контура для нарезания косозубых колес: α_t, m_t, h_{ta}^*, c_t^*.

Принципиальная схема станочного зацепления при нарезании косозубого колеса имеет такой же вид, как и при нарезании прямозубого.

Делительная прямая реечного исходного производящего контура в станочном зацеплении может располагаться по отношению к делительной окружности нарезаемого колеса различным образом. При нарезании колеса без смещения делительная прямая контура касается делительной окружности колеса, при нарезании колеса с положительным смещением, она отодвинута от делительной окружности на величину положительного смещения, а при нарезании колеса с отрицательным – придвинута к центру колеса на величину этого смещения. На рис. 2 изображено станочное зацепление при нарезании положительного прямозубого колеса.

В процессе зацепления по делительной окружности колеса перекатывается без скольжения та прямая инструмента, которая параллельна делительной прямой и касается делительной окруж-

ности. Эту прямую называют станочно-начальной. Шириной впадины инструмента на станочно-начальной прямой определяется толщина зуба колеса по делительной окружности. У колеса без смещения толщина зуба по делительной окружности равна половине шага ($s = \pi m/2$), у положительного колеса она больше половины шага ($s > \pi m/2$), у отрицательного колеса – меньше ($s < \pi m/2$).

§ 3. Определение модуля

В некоторых заданиях на курсовой проект значения модуля зубчатых передач не заданы или выбраны условно, без учета действующих нагрузок в приводе. Выполнив первый лист проекта, студент определяет характер изменения нагрузки (моменты) на входном и выходном валах машинного агрегата. Поэтому при расчете зубчатой передачи рекомендуется по известной нагрузке определить или уточнить модуль.

При проектном расчете зубчатых колес модуль зацепления m, мм, определяют из условия прочности зубьев на изгиб по обобщенной формуле:

$$m = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^3 M \cos\beta \, Y_F \, Y_\beta \, K_F}{z \, [\sigma]_F \, \psi_m}}, \qquad (1.8)$$

где M – момент нагрузки на колесе, Н·м; Y_F – коэффициент, учитывающий форму зубьев для зубчатых колес внешнего зацепления (для зубчатых колес с $z_1 = 10 \ldots 17$ и $0 < x_t < 0{,}5$, $Y_F = 3{,}5 \ldots 4{,}3$. Значения коэффициентов формы зубьев в зависимости от числа зубьев и смещения исходного контура, полученные методами теории упругости, приведены в [5, табл. 10.3]); $Y_\beta = 1 - \frac{\beta}{180^\circ}$ – коэффициент, учитывающий наклон образующей зуба β; K_F – коэффициент нагрузки ($K_F = 1{,}0 \ldots 1{,}2$); $[\sigma]_F$ – допускаемые напряжения изгиба (для термообработанных сталей типа 40Х $[\sigma]_F$ = 280..340 МПа); $\psi_m = b_w/m$ – коэффициент ширины зубчатого венца (для прямозубых колес $\psi_m = 10 \ldots 12$, для косозубых колес $\psi_m = 12 \ldots 20$).

Принимая средние значения коэффициентов и $[\sigma]_F = 300$ МПа, получим:

для косозубых передач

$$m_n' = 1{,}6 \sqrt{\frac{M \cos\beta}{z}}; \qquad (1.9)$$

для прямозубых передач

$$m' = 1{,}65 \sqrt{\frac{M}{z}}. \qquad (1.10)$$

Величины M и z должны характеризовать одно и то же зубчатое колесо, т.е. в формулу следует подставлять значения либо M_1 и z_1, либо M_2 и z_2. Если колеса выполнены из одного материала, то расчет обычно ведут по шестерне.

Окончательное значение модуля выбирают, округляя полученное при расчете значение m' или m_n' до ближайшего большего значения из ряда стандартных в соответствии с ГОСТ 9563–80:

первый предпочтительный ряд: 1; 1,25; 1,5; 2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 16; 20, 25; 32; 40 ... 100 мм;

второй ряд: 1,125; 1,375; 1,75; 2,25; 2,75; 3,5; 4,5; 5,5; 7; 9 мм и т.д.

Модуль колес нужно выбирать минимальным, так как с его увеличением возрастают габаритные размеры и масса передач, трудоемкость обработки. С другой стороны, принимать значения модуля меньше 1,5 мм в силовых передачах машин не рекомендуется.

§ 4. Геометрические расчеты эвольвентных зубчатых передач внешнего зацепления

В комплексном курсовом проекте студенты проектируют цилиндрические эвольвентные зубчатые передачи с внешними зубьями, у которых межосевое расстояние либо задано, либо его нужно определить в процессе геометрического расчета. Разработаны две методики их геометрического расчета: 1) расчет зубчатой передачи при свободном выборе межосевого расстояния; 2) расчет зубчатой передачи при заданном межосевом расстоянии (в том числе и стандартном).

В основу методик положена система расчета диаметров окружностей вершин колес, при которой в зацеплении пары колес сохраняется стандартный зазор $c^* m$. Это частный, но наиболее распространенный в практике случай, регламентируемый ГОСТ 16532–81.

Расчет при свободном выборе межосевого расстояния. Геометрия проектируемой зубчатой передачи определяется параметрами исходного производящего контура инструмента и его смещениями при нарезании

колес передачи. При нарезании колес прямозубой передачи исходный производящий контур, в соответствии с ГОСТ 13755–81, имеет следующие параметры: $\alpha = 20°$, $h_a^* = 1$, $c^* = 0{,}25$. При нарезании косозубых колес применяют тот же стандартный инструмент, устанавливаемый наклонно к плоскости заготовки. Параметры инструмента в торцовом сечении рассчитывают по формулам (1.3) – (1.7). Затем определяют:

радиусы делительных окружностей колес

$$r_{1,2} = \frac{m_t z_{1,2}}{2}; \qquad (1.11)$$

радиусы основных окружностей

$$r_{b\,1,2} = \frac{m_t z_{1,2}}{2} \cos \alpha_t . \qquad (1.12)$$

Расчетные коэффициенты смещений x_1 и x_2 для проектируемой зубчатой передачи должны быть такими, чтобы прежде всего обеспечивать отсутствие подрезания (x_{min}) и заострения (x_{hmax}) зубьев, а также гарантировать минимально допустимое значение коэффициента перекрытия. Следовательно, должно выполняться условие

$$x_{t\,min} < x_t < x_{t\,max} .$$

Сначала определяют наименьшее на колесе число зубьев без смещения, свободных от подрезания,

$$z_{t\,min} = \frac{2\,h_{ta}^*}{\sin^2 \alpha_t}, \qquad (1.13)$$

а затем коэффициенты наименьшего смещения исходного контура

$$x_{t\,min\,1,2} = h_{ta}^* \frac{z_{t\,min} - z_{1,2}}{z_{t\,min}}. \qquad (1.14)$$

Максимальный коэффициент смещения невозможно вычислить непосредственно. Отсутствие заострения может быть определено после подсчета толщины зубьев по окружностям вершин; оно отсутствует, если удовлетворено условие $s_{a\,1,2} \geq [s]_a$.

Коэффициент смещения x_2 выбирают по приложению 2 ГОСТ 16532–81: если $x_2 \geq 30$, то для расчета берут значение $x_2 = 0$; если передаточное число передачи больше 3,5 и $14 \leq z_1 \leq 20$, то $x_2 = -0{,}3$. Если же $10 \leq z_1 \leq 30$, то для расчета берут значение $x_2 = 0{,}5$. При расчете на ЭВМ значения коэффициентов смещения x_{1t} перебирают с шагом 0,1 от $x_1 = x_{1min} = 0$ до $x_{1t} = 1{,}1$. При расчете на микрокалькуляторе для выбора значения x_{1t} можно также воспользоваться рекомендациями ГОСТ 16532–81 (табл. 1).

Таблица 1

Рекомендации ГОСТ 16532–81 по выбору коэффициентов смещения

Коэффициент смещения		Область применения		
шестерни x_1	колеса x_2			
0	0	Межосевое расстояние задано равным $0{,}5\,(z_1 + z_2)\,m$ или не задано	Кинематические передачи	$z_1 \geq 17$
0,3	-0,3			$12 \leq z_1 \leq 16$ и $z_2 \geq 22$
0	0	Межосевое расстояние задано равным $0{,}5\,(z_1 + z_2)\,m$	Силовые передачи	$z_1 \geq 21$
0,3	-0,3			$14 \leq z_1 \leq 20$ и $U \geq 3{,}5$
0	0	Межосевое расстояние не задано		$z_1 > 30$; $z_1 > 20$, если модификация головки обязательна и ее параметры (по ГОСТ 13755–81) должны быть оптимальными
0,5	0,5			$10 \leq z_1 \leq 30$

Угол зацепления передачи определяют по формуле

$$\text{inv}\,\alpha_{tW} = \text{inv}\,\alpha_t + \frac{2\,x_\Sigma\,tg\,\alpha_t}{z_\Sigma}, \qquad (1.15)$$

где $x_\Sigma = x_1 + x_2$, а $z_\Sigma = z_1 + z_2$.

При ручном счете значение угла α_{tW} находят по $\text{inv}\,\alpha_{tW}$ в таблице эвольвентных функций.

Коэффициент воспринимаемого смещения

$$y = \frac{z_1 + z_2}{2}\left(\frac{\cos\alpha_t}{\cos\alpha_{tW}} - 1\right). \qquad (1.16)$$

Коэффициент уравнительного смещения

$$\Delta y = x_\Sigma - y. \qquad (1.17)$$

Радиусы начальных окружностей

$$r_{W_1\,1,2} = \frac{m\,z_{1,2}\cos\alpha_t}{2\cos\alpha_{t\,W}}. \qquad (1.18)$$

Межосевое расстояние

$$a_W = r_{W1} + r_{W2}. \qquad (1.19)$$

Исполнительные размеры зубчатых колес.

Радиусы окружностей вершин

$$r_{\alpha\,1,2} = m_t\left(\frac{z_{1,2}}{2} + h^*_{t\,a} + x_{1,2} + \Delta y\right). \qquad (1.20)$$

Радиусы окружностей впадин

$$r_{f\,1,2} = m_t\left(\frac{z_{1,2}}{2} + x_{1,2} - h^*_{t\,a} - c^*_t\right). \qquad (1.21)$$

Высота зубьев колес

$$h = h_1 = h_2 = m_t\,(2\,h^*_{t\,a} + c^*_t - \Delta y). \qquad (1.22)$$

Толщины зубьев по дугам делительных окружностей

$$s_{1,2} = m_t\left(\frac{\pi}{2} + 2\,x_{1,2}\,tg\,\alpha_t\right). \qquad (1.23)$$

Углы профиля на окружностях вершин зубьев колес

$$\alpha_{a\,1,2} = \arccos\left(\frac{r_{b\,1,2}}{r_{a\,1,2}}\right). \qquad (1.24)$$

Толщины зубьев по дугам окружностей вершин

$$s_{a\,1,2} = m_t\frac{\cos\alpha_t}{\cos\alpha_{a\,1,2}} \times \left[\frac{\pi}{2} + 2\,x_{1,2}\,tg\,\alpha_t - x_{1,2}\,(\text{inv}\,\alpha_{a\,1,2} - \text{inv}\,\alpha_t)\right]. \qquad (1.25)$$

Для построения станочного зацепления дополнительно определяют следующие размеры:

толщину зуба s_0 исходного производящего контура по делительной прямой, равную ширине впадины:

$$s_{0t} = e_{0t} = \frac{\pi\,m_t}{2}; \qquad (1.26)$$

шаг

$$p_t = \pi\,m_t; \qquad (1.27)$$

радиус скругления основания ножки зуба

$$\rho_{ft} = \rho^*_{ft}\,m_t = \frac{c^*_t\,m_t}{1 - \sin\alpha_t}; \qquad (1.28)$$

шаг по хорде делительной окружности шестерни

$$\bar{p}_1 = m_t\,z_1\sin\left(\frac{180^\circ}{z_1}\right). \qquad (1.29)$$

Расчет зубчатой передачи при заданном межосевом расстоянии. Часто на практике приходится проектировать зубчатые передачи, исходя из заданного межосевого расстояния a_W. Расчет зубчатой передачи при заданном межосевом расстоянии, по сути дела, представляет собой задачу, обратную предыдущей. Кроме межосевого расстояния проектируемой зубчатой передачи должно быть задано передаточное число U_{12} или числа зубьев z_1 и z_2.

Если задано значение a_W, то расчет начинают с определения чисел зубьев. Число зубьев шестерни

$$z_1 = \frac{2\,a_W}{(1 + U_{12})\,m_t} \qquad (1.30)$$

округляют до ближайшего целого числа. Число зубьев второго колеса

$$z_2 = z_1\,U_{12} \qquad (1.31)$$

также округляют до целого числа так, чтобы отступление от заданного передаточного числа было наименьшим.

Затем определяют угол зацепления проектируемой зубчатой передачи

$$\alpha_{tW} = \arccos\left[\cos\alpha_t \frac{m_t\,(z_1 + z_2)}{2\,a_W}\right] \qquad (1.32)$$

и суммарный коэффициент смещения

$$x_\Sigma = \frac{(x_1 + x_2)\,(\mathrm{inv}\,\alpha_{tW} - \mathrm{inv}\,\alpha_t)}{2\,\mathrm{tg}\,\alpha_t}. \qquad (1.33)$$

Разбивку суммарного коэффициента смещения производят так, чтобы выполнялись условия $x_1 > x_{1\min}$; $x_2 > x_{2\min}$; $x_\Sigma = x_1 + x_2$. По известному углу зацепления передачи определяют значения коэффициентов воспринимаемого и уравнительного смещения по

формулам (1.16) и (1.17). Дальнейший порядок геометрического расчета аналогичен расчету зубчатой передачи со свободным межосевым расстоянием.

§ 5. Качественные показатели зубчатых передач

Качественные показатели дают возможность при проектировании передачи оценить плавность и бесшумность зацепления, прочность и возможный износ зубьев колес в сравнении с другими передачами. Такая оценка важна для рационального выбора коэффициентов смещения инструмента при проектировании передач. Разработана программа расчета зубчатых передач, в которой помимо приведенных выше определяются следующие геометрические качественные показатели.

Введением коэффициентов скольжения зубьев $\lambda_{1,2}$ учитывается влияние геометрических и кинематических факторов на проскальзывание профилей в процессе зацепления. Наличие скольжения профилей и давления одного профиля на другой при передаче сил приводит к износу профилей. Для объективной оценки скольжения, а следовательно, и износа эвольвентных профилей зубьев пользуются отношением скорости скольжения и скорости точки контакта по профилю соответственно шестерни и колеса $\lambda = v_{ск}/v^t$. В зубчатой передаче необходимо учитывать то, что зубья большего зубчатого колеса зацепляются в U_{12} раз меньше, чем зубья шестерни, поэтому выражения для коэффициентов скольжения примут вид:

для шестерни

$$\lambda = \frac{v_{ск}}{v^t_{к1}} = \frac{l_к}{l_{p1} + l_к}\left(1 + \frac{1}{U_{12}}\right); \qquad (1.34)$$

для колеса

$$\lambda_2 = \frac{v_{ск}}{v^t_{к2}\,U_{12}} = \frac{l_к}{l_{p2} - l_к}\left(1 + \frac{1}{U_{12}}\right). \qquad (1.35)$$

О качестве передачи принято судить по максимальным значениям коэффициентов скольжения в точках начала зацепления (B_1) и конца зацепления (B_2).

БИБЛИОТЕКА

в точке B_1

$$\lambda_1'' = \frac{z_2 (\operatorname{tg} \alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha_{tW})}{(z_1 + z_2) \operatorname{tg} \alpha_{tW} - z_2 \operatorname{tg} \alpha_{a2}} \left(1 + \frac{z_1}{z_2}\right); \qquad (1.36)$$

в точке B_2

$$\lambda_2'' = \frac{z_1 (\operatorname{tg} \alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha_{tW})}{(z_1 + z_2) \operatorname{tg} \alpha_{tW} - z_1 \operatorname{tg} \alpha_{a1}} \left(1 + \frac{z_1}{z_2}\right). \qquad (1.37)$$

Коэффициент удельного давления ϑ учитывает влияние радиусов кривизны профилей зубьев на контактные напряжения. Если эвольвентные поверхности зубьев приближенно принять за поверхности круглых цилиндров, радиусы которых равны радиусам кривизны соответствующих эвольвентных поверхностей в точке их контакта, то для определения возникающего при этом контактного напряжения можно использовать известную формулу Герца:

$$\sigma_H = 0{,}418 \sqrt{\frac{F_{Ht} E}{b_W \rho^{пр}}}, \qquad (1.38)$$

где F_{Ht} — равнодействующая распределенной нагрузки по контактной линии, направленная по линия зацепления; $E = \frac{2 E_1 E_2}{E_1 + E_2}$ — приведенный модуль упругости (здесь E_1, E_2 — модули упругости материалов колес); $\frac{1}{\rho^{пр}} = \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}$ — приведенная кривизна (здесь ρ_1, ρ_2 — радиусы кривизны эвольвентных профилей колес в точке контакта, мм); b_W — рабочая ширина зубчатых колес, мм.

Влияние геометрической формы зуба на удельное давление, независимо от значения модуля, отражается через коэффициент удельного давления $\vartheta = m/\rho^{пр}$, поэтому

$$\sigma_H = 0{,}148 \sqrt{\frac{F_{Ht} E}{b_W m}} \sqrt{\vartheta}.$$

В подкоренном выражении формулы Герца, записанной в измененном виде, содержатся два сомножителя. Второй сомножитель ϑ зависит от формы зубьев, следовательно, форма зубьев оказывает влияние на контактные напряжения при конкретных нагрузке и материале зубчатых колес. Отметим, что коэффициент удельного давления характеризует не отдельное колесо, а взаимодействие двух зубчатых колес.

За расчетный коэффициент удельного давления принимают такой, который соответствует контакту зубьев в полюсе зацепления:

$$\vartheta_p = \frac{m_t}{a_W} \frac{(U_{12} + 1)^2}{\sin \alpha_{tW}} \frac{}{U_{12}} = \frac{2 (z_1 + z_2)}{z_1 z_2 \operatorname{tg} \alpha_{tW} \cos \alpha_t}. \qquad (1.39)$$

Учет удельного давления наиболее важен для передач, работающих в режиме жидкостного трения.

Коэффициент перекрытия ε позволяет оценивать непрерывность и плавность зацепления в передаче. Эти качества передачи обеспечиваются перекрытием по времени в работе двух пар зубьев: каждая последующая пара зубьев должна войти в зацепление до того, как предшествующая пара выйдет из него. О величине перекрытия в прямозубой передаче судят по коэффициенту торцового перекрытия, выражающему отношение угла торцового перекрытия зубчатого колеса к его угловому шагу (рис. 3, *а*).

Нормально работающая прямозубая передача должна иметь коэффициент перекрытия больше единицы. По схеме рабочего зацепления определяют длину активной линии зацепления:

$$g_\alpha = B_1 B_2 = (N_2 B_1 - P N_2) + (N_1 B_2 - P N_1),$$

или

$$g_\alpha = r_{b2} (\operatorname{tg} \alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha_{tW}) + r_{b1} (\operatorname{tg} \alpha_{a1} - \operatorname{tg} \alpha_{tW}),$$

где α_{a1} и α_{a2} — углы профилей на окружностях вершин зубьев колес.

С учетом того, что $p_b = \frac{2 \pi r_{b1}}{z_1} = \frac{2 \pi r_{b2}}{z_2}$, получим формулу для коэффициента перекрытия в окончательном виде

$$\varepsilon_\alpha = \frac{z_1}{2 \pi} (\operatorname{tg} \alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha_{tW}) + \frac{z_2}{2 \pi} (\operatorname{tg} \alpha_{a1} - \operatorname{tg} \alpha_{tW}). \qquad (1.40)$$

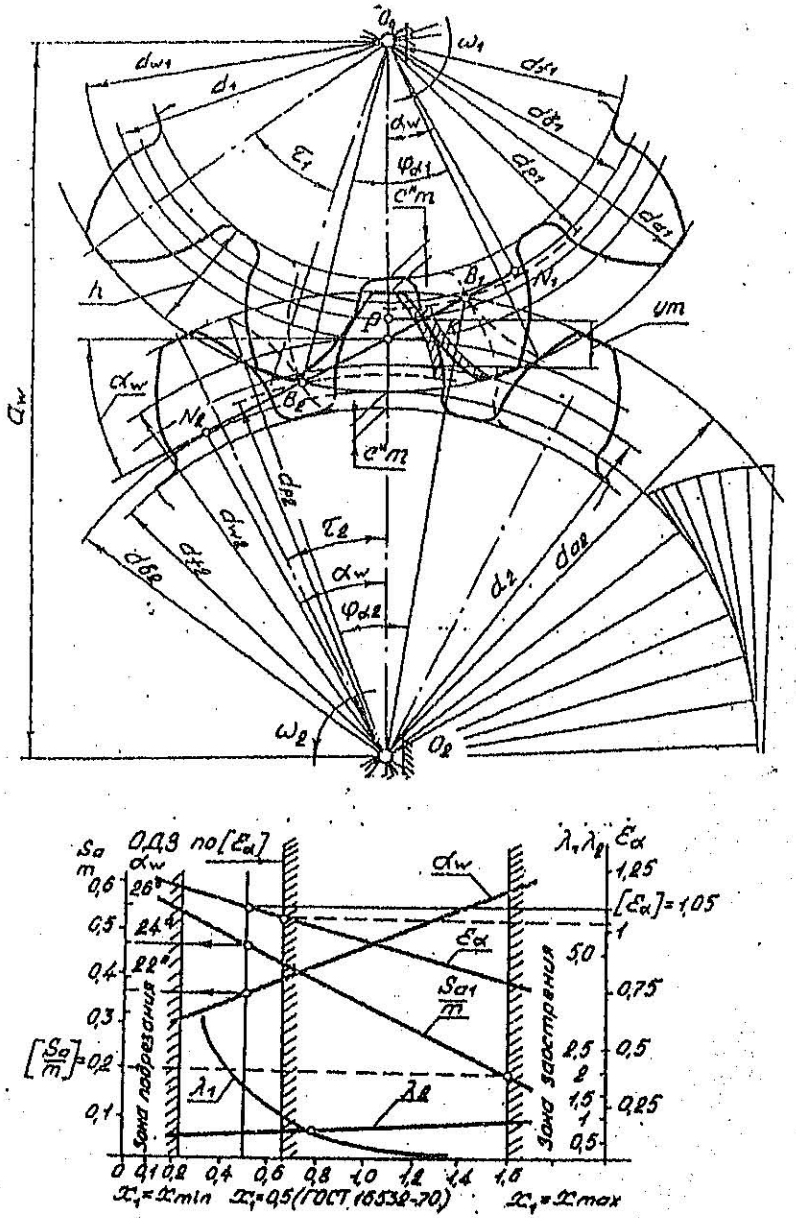
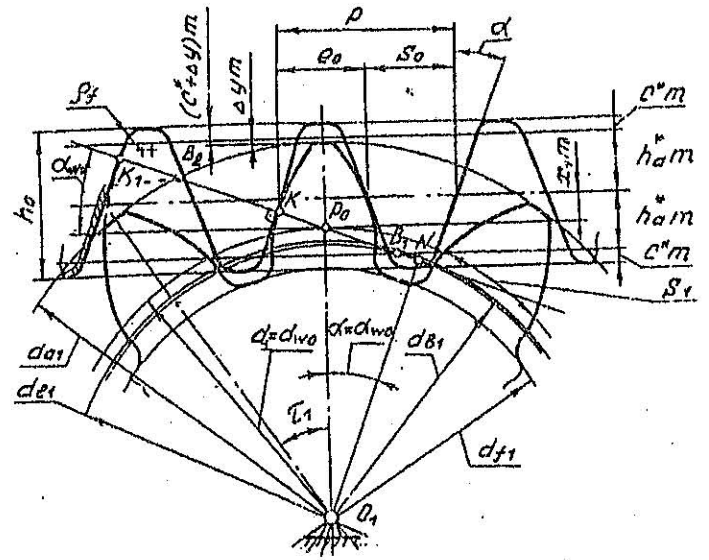


Рис. 3, *а*



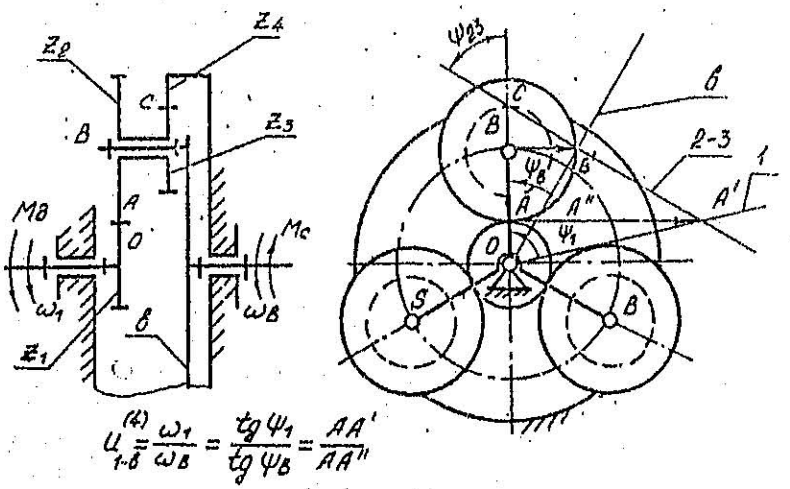


Рис. 3, *б*

Коэффициент перекрытия у косозубой передачи при прочих равных условиях больше, чем у прямозубой передачи, вследствие того, что пара зубьев входит в зацепление не одновременно по всей своей длине, а постепенно. Таким образом, увеличивается продолжительность работы одной пары зубьев. Этот немаловажный фактор свидетельствует в пользу применения косозубой передачи, особенно при увеличении степени точности изготовления колес. Формула для определения коэффициента перекрытия косозубой передачи имеет вид

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta = \varepsilon_\alpha + \frac{\psi_b \sin\beta}{\pi}, \qquad (1.41)$$

где ε_β — коэффициент осевого перекрытия; $\psi_b = b_w / m$ — коэффициент ширины зубчатого венца, выбираемый из условий прочности и износостойкости зуба.

Наряду с описанными выше качественными показателями в теории эвольвентной зубчатой передачи анализируются коэффициент ускоренного скольжения, коэффициент формы зуба, а также коэффициент, характеризующий размещение полюса в зоне двухпарного касания. Эти качественные показатели в вузовском курсе «Теория механизмов и машин» не рассматриваются, но они детально описаны в работах [1, 2, 7, 8]. Что же касается коэффициента формы зуба, то достаточно знать, что он всегда уменьшается при увеличении смещения инструмента. Однако нужно помнить, что чрезмерное смещение может привести к заострению зуба [5].

§ 6. Выбор коэффициентов смещения с учетом качественных показателей

От выбора коэффициентов смещения во многом зависят геометрия и качественные показатели зубчатой передачи. В каждом конкретном случае коэффициенты смещения следует назначать с учетом условий работы зубчатой передачи.

Спроектировать зубчатую передачу с минимальными габаритными размерами, массой и требуемым ресурсом работы можно только в том случае, если будут правильно учтены качественные показатели: коэффициенты удельного давления, определяющие

контактную прочность зубьев передачи; коэффициенты скольжения, характеризующие в определенной степени абразивный износ; коэффициент перекрытия, показывающий продолжительность и характер нагружения зубьев и характеризующий плавность работы передачи. При этом немаловажное значение имеют габаритные размеры и масса спроектированной передачи.

Вне зависимости от последовательности расчета необходимо иметь ясное представление о том, как влияют коэффициенты смещения x_1 и x_2 на качественные показатели. Учитывая, что влияние коэффициента смещения x_2 на качественные показатели незначительно, в зависимости от нагруженности передачи принимают фиксированные значения x_2, рекомендованные в ГОСТ 16532–81, как близкие к оптимальным. На рис. 4 представлены графики изменения качественных показателей для передачи с $z_1 = 15$, $\beta = 0^\circ$ и $z_2 = 22$ в зависимости от изменения x_1 при $x_2 = \text{const}$. Из рисунка видно, что при увеличении только x_1: а) значения ε_α, s_{a1}/m уменьшаются медленно, ϑ_p — очень медленно; б) λ_1'' уменьшается быстро; в) λ_2'' и s_{a2}/m увеличиваются медленно.

Добиться того, чтобы все качественные показатели одновременно были удовлетворительными, трудно. Коэффициент перекрытия находится в прямом противоречии с коэффициентами скольжения. Что хорошо для одного качественного показателя, то плохо для других, и наоборот.

Таким образом, выбор коэффициентов смещения представляет собой нелегкую задачу из-за противоречивости и многообразия учитываемых факторов. Здесь, как и в других технических задачах, полное использование одного преимущества редко возможно без потери некоторых других. Поэтому в каждом конкретном случае следует искать компромиссное решение, тщательно взвешивая относительное влияние отдельных факторов.

Однако, несмотря на указанные трудности, необходимо учитывать общие рекомендации по выбору коэффициентов смещения x_1 и x_2: 1) проектируемая передача не должна заклинивать; 2) коэффициент перекрытия проектируемой передачи должен быть больше допустимого ($\varepsilon_\alpha > [\varepsilon_\alpha]$); 3) зубья у проектируемой передачи не должны быть подрезаны, и толщина их на окружности вершин должна быть больше допустимой ($s_a > [s_a]$).

Значения коэффициентов x_1 и x_2 следует выбирать такими, чтобы предотвратить все перечисленные явления. Расчетные коэффициенты смещения должны быть выбраны так, чтобы избе-

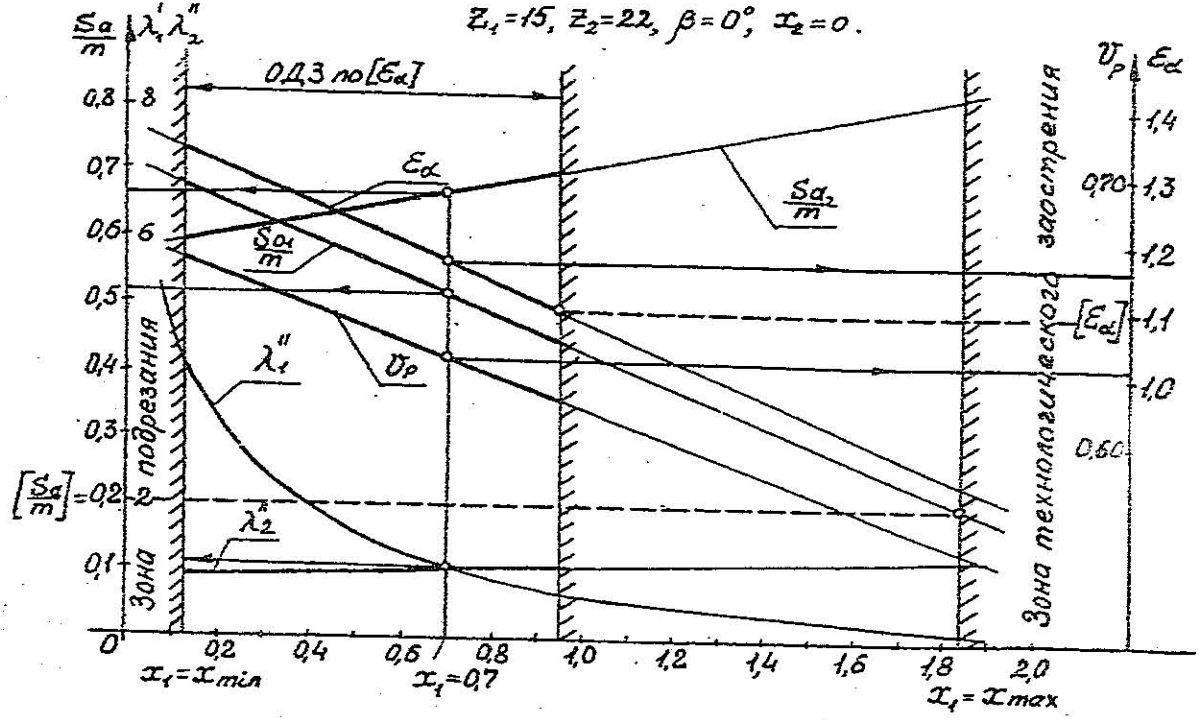

$z_1=15,\ z_2=22,\ \beta=0°,\ x_2=0.$
$\frac{S_a}{m}$
$\lambda_1'\lambda_2''$
0,0,3 по $[\varepsilon_\alpha]$
ε_α
$\frac{S_{a_2}}{m}$
$\frac{S_{a_1}}{m}$
λ_1''
v_p
λ_2''
$\left[\frac{S_a}{m}\right]=0,2$
Зона подрезания
Зона технологического заострения
v_p
ε_α
$[\varepsilon_\alpha]$
0,70
0,60
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0
8
6
2
1,4
1,3
1,2
1,1
1,0
0,2
0,4
0,6
0,8
1,0
1,2
1,4
1,6
1,8
2,0
$x_1=x_{min}$
$x_1=0,7$
$x_1=x_{max}$

Рис. 4

жать подрезания и заострения зубьев. Отсутствие подрезания обеспечивается при наименьшем, а отсутствие заострения — при максимальном значении коэффициента смещения; следовательно, должно выполняться неравенство

$$x_{1\,max} > x_1 > x_{1\,min}.$$

Значение x_{1min} определяют по формуле (1.14), затем выводят на печать таблицу результатов расчета (табл. 2). Расчет максимального коэффициента смещения в программе не предусмотрен, его значение может быть получено построением. Для этого на графике (см. рис. 4) в зависимости от химико-термической обработки проводят линию $[s_a/m]$ до пересечения с кривой $[s_{a1}/m]$. В точке их пересечения получают значение $x_1 = x_{1\,max}$. Таким образом, выделяют безусловную зону «подрезание — заострение». При выборе оптимальной комбинации коэффициентов смещения внутри выделенной зоны нужно стремиться обеспечить наилучшие условия, предотвращающие различные виды повреждений у колес передачи.

Основными видами повреждения зубьев колес, учитываемыми в методах расчета, являются следующие:

а) выкрашивание и отслаивание материала на боковых поверхностях зубьев, преимущественно в окрестностях мгновенной оси относительного вращения (полюса зацепления), вызываемое высокими контактными напряжениями в поверхностном слое зубьев;

б) излом зубьев у вершины в случае их чрезмерного заострения или у основания, где имеют место наибольшие изгибные напряжения;

в) истирание боковых поверхностей зубьев (абразивный износ), наблюдающееся в большей степени в плохо герметизированных передачах;

г) заедание зубьев, возникающее от разрыва масляной пленки; возникновению заедания благоприятствуют высокие контактные напряжения и большие относительные скорости и ускорения зубьев.

Высокими контактными напряжениями вызываются три вида повреждений зубьев: выкрашивание, отслаивание и заедание. Чтобы уменьшить эти напряжения геометрическими средствами, необходимо увеличить приведенный радиус кривизны эвольвентных профилей зубьев или, что то же самое, уменьшать, по возможности, коэффициент удельного давления ϑ_ρ. Это автоматически приведет и к уменьшению коэффициента скольжения λ_1'', что также необходимо для уменьшения заедания зубьев.

Таблица 2

Таблица результатов расчета

РАСЧЕТ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ						
ДАТА: 22-10-99 ВРЕМЯ: 00:00:00 ФАМИЛИЯ: ТИМ ЭКЗАМЕН: 0						
ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ						
Z1 = 15.000		Z2 = 22.000		M = 5.000		BETA = 0.000
ALF = 20.000		HA = 1.000		C = 0.250		AW0 = 0.000
РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА						
X2 = 0.500		R1 = 37.500		R2 = 55.000		RB1 = 35.238
RB = 51.687		PT = 15.708		MT = 5.000		HAT = 1.000
CT = 0.250		ALFT = 20.000		RO = 1.900		P1X = 15.593
P2X = 15.655		ZMINT = 17.097		XMINT1 = 0.123		XMINT2 = =-0.287
S0 = 7.854						
X1:	0.000	0.100	0.200	0.300	0.400	0.500
	0.600	0.700	0.800	0.900	1.000	1.100
Y:	0.460	0.545	0.628	0.709	0.789	0.867
	0.944	1.020	1.094	1.168	1.241	1.312
DY:	0.040	0.055	0.072	0.091	0.111	0.133
	0.156	0.180	0.206	0.232	0.259	0.288
RW1:	38.433	38.604	38.772	38.937	39.098	39.275
	39.413	39.567	39.718	39.867	40.015	40.160
RW2	56.368	56.620	56.866	57.107	57.344	57.577
	57.806	58.031	58.253	58.472	58.688	58.901
AW:	94.800	95.224	95.638	96.044	96.443	96.834
	97.219	97.598	97.971	98.339	98.703	99.061
RA1:	42.300	42.724	43.138	43.544	43.943	44.334
	44.719	45.098	45.471	45.839	46.203	46.561
RA2:	62.300	62.224	62.138	62.044	61.943	61.834
	61.719	61.598	61.471	61.339	61.203	61.061
RF1:	31.250	31.750	32.250	32.750	33.250	33.750
	34.250	34.750	35.250	35.750	36.250	36.750

Продолжение табл. 2

RF2:	51.250	51.250	51.250	51.250	51.250	51.250
	51.250	51.250	51.250	51.250	51.250	51.250
H:	11.050	10.974	10.888	10.794	10.693	10.584
	10.469	10.348	10.221	10.089	9.953	9.811
S1:	7.854	8.218	8.582	8.946	9.310	9.674
	10.038	10.402	10.766	11.130	11.494	11.858
S2:	9.674	9.674	9.674	9.674	9.674	9.674
	9.674	9.674	9.674	9.674	9.674	9.674
ALFWT:	23.524	24.103	24.652	25.174	25.674	26.151
	26.609	27.050	27.474	27.884	28.280	28.663
SA1:	3.533	3.40	3.281	3.150	3.017	2.881
	2.743	2.603	2.461	2.317	2.171	2.023
SA2:	2.765	2.864	2.975	3.096	3.225	3.363
	3.507	3.658	3.813	3.974	4.139	4.308
EALF:	1.379	1.350	1.320	1.291	1.261	1.231
	1.201	1.170	1.139	1.108	1.077	1.046
EGAM:	1.379	1.350	1.320	1.291	1.261	1.231
	1.201	1.170	1.139	1.108	1.077	1.046
LAM1:	6.775	4.576	3.360	2.585	2.047	1.650
	1.345	1.102	0.904	0.739	0.599	0.478
LAM2:	0.939	9.958	0.976	0.993	1.009	1.023
	1.038	1.051	1.064	1.076	1.088	1.100
TETA:	0.640	0.637	0.634	0.631	0.629	0.626
	0.624	0.621	0.619	0.617	0.614	0.612

Таким образом, нужно выбирать значение $x_1 > x_{1\,min}$. Однако такое одностороннее действие без учета других обстоятельств может привести к нежелательному уменьшению коэффициента перекрытия.

Если проектирование ведут для передач и колес 8-й или 9-й степени точности по ГОСТ 1643-81, то уменьшение ε_α не может вызвать опасения (если, конечно, $\varepsilon_\alpha > 1$) вследствие того, что ошибки зацепления и деформации зубьев под нагрузкой препятствуют совместной двухпарной работе зубьев. Поэтому уменьшение контактных напряжений вследствие увеличения ε_α в пределах 8-й и 9-й степеней точности практически неосуществимо, и нет смысла в таком случае добиваться высоких значений ε_α. Можно удовлетвориться значением $\varepsilon_\alpha = 1{,}05 \ldots 1{,}20$. Иным должен быть подход для тяжело нагруженных передач 6-й или 7-й степени точности. Совместная работа двух пар зубьев в них возможна, поэтому, чтобы уменьшить контактные напряжения, следует стремиться увеличивать ε_α, чтобы нагрузка распределялась на две пары зубьев на возможно большем участке зацепления.

Рекомендуемые значения коэффициентов перекрытия, соответствующих степени точности передачи, приведены ниже:

Степень точности по ГОСТ 1643 – 81	...	6-я	7-я	8-я	9-я
Допустимое значение коэффициента перекрытия ...	...	1,3 и выше	1,2 ... 1,3	1,1 ... 1,2	1,05 ... 1,1

Ограничение по коэффициенту перекрытия может привести к тому, что значения x_1 придется выбирать из более узкой области значений, каковой будет область дозволенных решений по $[\varepsilon_\alpha]$. При этом следует стремиться получить значение коэффициента удельного давления в полюсе ϑ_p меньше единицы.

Что касается излома, то он во многом зависит от толщины зуба на окружности вершины. Для тяжело нагруженных передач следует выбрать вид химико-термической обработки. Относительная толщина зубьев на окружности вершин может быть задана в зависимости от вида химико-термической обработки $[s_a/m]$:

Нормализация, улучшение ..... 0,20...0,30
Цементация, азотирование ..... 0,30...0,40
Закалка ..... 0,40...0,45

Для передач 6-й и 7-й степеней точности, напротив, вследствие возможности получить довольно высокие значения ε_α предельная толщина зуба может быть уменьшена до $(0{,}15...0{,}20)m$, а для передач среднего и малого нагружения до $(0{,}1...0{,}15)m$.

Явление истирания зубьев имеет место практически только в открытых или плохо герметизированных передачах, между зубьями которых попадает абразивный материал (например, передачи тракторов и других сельскохозяйственных машин). Абразивный износ, как показывают исследования, зависит, главным образом, от удельного давления на зубья, а также от линейной скорости в полюсе зацепления передачи. Чем больше удельное давление и выше скорость, тем больше износ. В меньшей степени, но все же значительное влияние на износ оказывает скорость скольжения боковых поверхностей зубьев, от которой зависят значения коэффициентов скольжения λ_1'' и λ_2''. Согласно рис. 4, уменьшение λ_1'' в основном осуществляется за счет увеличения коэффициента смещения x_1.

Для средненагруженных передач можно попытаться уменьшить износ подбором коэффициентов смещения. Для этого необходимо выбирать значение x_1 таким, чтобы получить значения λ_1'' и λ_2'' либо равными, либо такими, чтобы наибольшие значения коэффициентов скольжения были пропорциональны значениям твердости материала зубьев колес:

$$\frac{\lambda_1''}{\lambda_2''} = \frac{HRC_1}{HRC_2}.$$

Все принципиальные положения, высказанные выше, относительно выбора коэффициентов смещения, остаются в силе и для косозубых передач. Функциональные зависимости качественных показателей зацепления от изменения коэффициентов смещения x_{1t} и x_{2t} сохраняют тот же общий характер. Понятие «торцовый коэффициент смещения» имеет формальный характер, оно истематизирует технику геометрических расчетов.

Помимо описанной учебной методики существует несколько других систем выбора коэффициентов смещения, (например, рекомендации ISO, ГОСТ 16532–81 и др.). Область возможных расчетных коэффициентов смещения может быть представлена в виде соответствующих контуров, построенных для конкретных зубчатых передач с числами зубьев z_1 и z_2. Примеры блокирующих контуров и рекомендаций по их использованию приведены в приложении 3 ГОСТ 16532–81. Рекомендации по выбору коэффициентов смещения содержатся также в [1 – 3, 5].

§ 7. Построение профиля зуба колеса, изготовляемого реечным инструментом

Профиль зуба колеса образуется как огибающая ряда положений исходного производящего контура реечного инструмента в станочном зацеплении. Такое образование профиля отражает реальный процесс изготовления колеса на станке. При этом эвольвентная часть профиля зуба образуется прямолинейной частью реечного производящего исходного контура, а переходная кривая профиля зуба – закругленным участком.

Схему станочного зацепления (см. рис. 2) рекомендуется строить следующим образом:

1. Проводят делительную $d_1 = d_{W01}$ и основную d_{b1} окружности, а также окружности вершин d_{a1} и впадин d_{f1}.

2. Откладывают от делительной окружности (с учетом знака) выбранное в результате анализа смещение $x_1 m$ и проводят делительную прямую исходного производящего контура реечного инструмента. На рис. 2 эта прямая проходит выше делительной окружности колеса, что соответствует положительному смещению инструмента $x_1 m$. На расстоянии $h_a^* m$ вверх и вниз от делительной прямой проводят прямые граничных точек, а на расстоянии $(h_a^* m + c^* m)$ – прямые вершин и впадин, станочно-начальную прямую Q-Q проводят касательно к делительной окружности в точке P_0 (полюс станочного зацепления).

3. Проводят линию станочного зацепления $N_1 P_0$ через полюс станочного зацепления P_0 касательно к основной окружности в точке N_1. Эта линия образует с прямыми исходного производящего контура инструмента углы, равные α_t.

4. Строят исходный производящий контур реечного инструмента так, чтобы ось симметрии впадины совпадала с вертикалью. Для этого от точки пересечения вертикали с делительной прямой (точка G) откладывают влево по горизонтали отрезок в 1/4 шага и через конец его перпендикулярно линии зацепления $N_1 P_0$ проводят наклонную прямую, которая образует угол α с вертикалью. Эта прямая является прямолинейной частью профиля зуба исходного производящего контура инструмента. Закругленный участок профиля строят как сопряжение прямолинейной части контура с прямой вершин или с прямой впадин окружностью радиусом ρ_f (в программе – идентификатор $R\varnothing$).

Симметрично относительно вертикали $P_0 G$ (линия симметрии впадин) строят профиль второго зуба исходного производящего контура, прямолинейный участок которого перпендикулярен к другой возможной линии зацепления: $P_0 K'$. Расстояние между одноименными профилями зубьев исходного контура равно шагу $p = \pi m$.

5. Строят профиль зуба проектируемого колеса, касающийся профиля исходного производящего контура в точке K.

Для построения ряда последовательных положений профиля зуба исходного производящего контура проводят вспомогательную прямую MM касательно к окружности вершин. Фиксируют точку пересечения линии MM и прямолинейной части профиля инструмента W и центр окружности закругленного участка профиля – точку L. Откладывают на прямой MM несколько отрезков равной длины (15...20 мм) и отмечают точки I, II, III, IV, V и т.д. Такие же отрезки откладывают на станочно-начальной прямой Q-Q (точки *1*, *2*, *3*, ...) и на дуге делительной окружности (точки *1'*, *2'*, *3'*, ...). Из центра O_1 колеса через точки *1'*, *2'*, *3'*, ... на делительной окружности проводят лучи *01'*, *02'*, *03'*, ... до пересечения с окружностью вершин в точках *1''*, *2''*, *3''*, ... При перекатывании без скольжения станочно-начальной прямой по делительной окружности точки *1*, *2*, *3*, ... и точки *1'*, *2'*, *3'*, ... последовательно совпадают; то же для точек I, II, III, ... и точек *1''*, *2''*, *3''*, ... При этом точка W описывает укороченную эвольвенту, а точка L – удлиненную.

Любое промежуточное положение точки W или L находят построением соответствующих треугольников. Например, для положения *2* берут треугольник II-*2*-W, размеры которого при обкатке сохраняются. Когда точка *2* совпадает с точкой *2'*, сторона II-*2* пойдет по лучу *O2'* и займет положение стороны *2''* – *2*. Тогда точка W_{II} определится как положение вершины треугольника, построенного методом засечек по известным сторонам (*2'' 2'* = II – *2*; W_{II} – *2''* = II – W; *2'* – W_{II} = *2* – W), т.е. треугольник W-II-*2* займет положение треугольника *2''* – *2'* – W_{II}. Аналогично находят положение точки L_2. Из точки L_2 радиусом ρ_f проводят окружность, а через точку W_{II} касательно к этой окружности – прямую, которая дает новое (второе) положение исходного производящего контура. Все последующие положения (W_{III}, W_{IV}, W_V и т.д.) строят аналогично. К полученному ряду положений профиля зуба исходного контура проводят огибающую, которая определяет левый профиль зуба изготовляемого колеса. Затем на окружности вершин откладывают толщину зуба s_{a1}. Через концы отложенных отрезков по шаблону строят вторую половину профиля этого же зуба.

На изготовляемом колесе строят три зуба. Для этого откладывают от вертикали в обе стороны шаг по хорде делительной окружности $\bar{p}_1$ (в программе P1X). Через концы этих отрезков и

центр колеса O_1 проводят линии симметрии правого и левого зубьев, по отношению к которым по шаблону строят зубья колеса. При правильном построении зацепления эвольвенты, очерчивающие профиль зубьев нарезаемых колес, должны касаться прямолинейной части профиля инструмента на линии зацепления (в точках K_1 и K'').

Расположение станочного зацепления на чертеже показано на рис. 3, *б*.

§ 8. Построение проектируемой зубчатой передачи

По вычисленным на ЭВМ параметрам проектируемую зубчатую передачу (см. рис. 3, *а*) строят следующим образом.

1. Откладывают межосевое расстояние a_w и проводят окружности: начальные d_{w1}, d_{w2}; делительные d_1, d_2; основные d_{b1}, d_{b2}; окружности вершин d_{a1}, d_{a2} и впадин d_{f1}, d_{f2}. Начальные окружности должны соприкасаться в полюсе зацепления. Расстояние между делительными окружностями по осевой линии равно воспринимаемому смещению ym. Расстояние между окружностями вершин одного колеса и впадин другого, измеренное по осевой линии, должно быть равно радиальному зазору c^*m.

2. Через полюс зацепления касательно к основным окружностям колес проводят линию зацепления. Точки касания N_1 и N_2 называют предельными точками линии зацепления. Линия зацепления образует с перпендикуляром, восстановленным к осевой линии в полюсе, угол зацепления α_w. Буквами B_1 и B_2 отмечена активная линия зацепления. Точка B_1 является точкой пересечения окружности вершин колеса с линией зацепления, ее называют точкой начала зацепления; точка B_2 — точка пересечения окружности вершин шестерни с линией зацепления, ее называют точкой конца зацепления.

3. На каждом колесе строят профили трех зубьев, причем точка контакта K должна располагаться на активной линии зацепления. Профили зубьев шестерни могут быть перенесены на чертеж проектируемой передачи со схемы станочного зацепления с помощью шаблона; эвольвентную часть профиля зуба колеса строят обычным образом, как траекторию точки прямой при перекатывании ее по основной окружности колеса без скольжения (см. построение на рис. 3, *а*), и переносят в точку

контакта зубьев K на линию зацепления. Переходную часть профиля зуба строят приближенно. Если $r_f \geq r_b$ или $r_f < r_b$, но $(r_b - r_f) \leq 0{,}4\,m$, то эвольвентную часть сопрягают с окружностью впадин радиусом $\rho_f^* m$; если $r_f < r_b$, но $(r_b - r_f) > 0{,}4\,m$, то от основания эвольвенты на основной окружности проводят линию, параллельную оси зуба, до окружности впадин, а затем у основания зуба делают закругление радиусом $\rho_f^* m$. От построенного профиля зуба откладывают толщину зуба по делительной окружности и проводят аналогичный профиль другой стороны зуба. Профили двух других зубьев располагаются на расстоянии шага $\bar{p}_2$. На зубьях, соприкасающихся в точке K, должны быть отмечены активные профили, которые взаимодействуют в процессе зацепления. Нижние точки активных профилей лежат на пересечении окружностей d_{p1} и d_{p2} соответствующих профилей. Активные профили перекатываются друг по другу со скольжением, поэтому длины их различны.

4. На чертеже проектируемой зубчатой передачи должны быть обязательно указаны диаметры начальных, делительных, основных окружностей, окружностей вершин и впадин, шаг и толщина зубьев по делительным окружностям, высота зубьев, межосевое расстояние, воспринимаемое смещение, угол зацепления, радиальный зазор, положение профилей в точках начала и конца зацепления, углы торцового перекрытия ($\varphi_{\alpha 1}$ и $\varphi_{\alpha 2}$). Один из вариантов компоновки листа представлен на рис. 3.

§ 9. Расчет профилей цилиндрических зубчатых колес и геометрии переходной кривой, нарезанных инструментом реечного типа

При решении многих вопросов, связанных с расчетом зубчатых зацеплений на ЭВМ и использованием машинной графики, необходимо иметь аналитические выражения для координат профиля зуба как для эвольвентного участка, так и для его нерабочей переходной части, характер которой зависит от способа нарезания и вида применяемого инструмента.

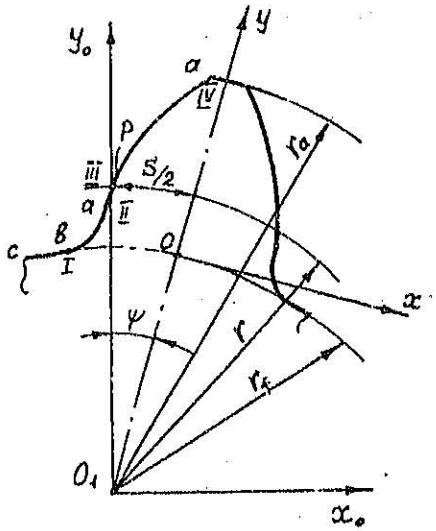


Рис. 5

Профили зубьев при нарезании методом огибания содержат три характерных участка (рис. 5): 1) $a - a$, являющийся огибающим по отношению к профилю зубьев инструмента; 2) $b - c$, очерченный по дуге окружности и представляющий дно впадины; 3) участок $b - a$, очерченный так называемой переходной кривой.

Переходной поверхностью называют часть боковой поверхности зуба, которая соединяет его главную (эвольвентную) поверхность с поверхностью впадин. Часть профиля зуба, расположенную в пределах его переходной поверхности, называют переходной кривой.

Форма переходной поверхности, определяет размеры зуба у основания и характеризует, таким образом, изгибную прочность зуба, а также правильного, без интерференции, зацепления с сопряженным колесом и выполнения некоторых видов отделочных операций.

Уравнение профиля дает возможность выполнить точное построение профиля в любом требуемом масштабе, не прибегая к графическим способам, описанным в гл. I, § 7. Наличие точных изображений профилей значительно облегчает нахождение коэффициентов концентрации напряжений для зубьев, нарезанных со смещением.

Для построения эвольвентного профиля воспользуемся методикой, изложенной в работе [6]. Пусть имеется прямоугольная система координат (см. рис. 5), ось ординат которой проходит через середину зуба, а начало координат лежит на окружности впадин. В качестве текущего параметра примем не угол развернутости эвольвенты, а угол обкатки инструмента или угол поворота колеса при нарезании. В предлагаемой системе координат просто выразить толщину зуба и описать переходную кривую профиля зуба колеса, нарезаемого реечным инструментом.

Вывод основных уравнений профиля базируется на методе преобразования координат, отражающем кинематику образования

профиля с помощью инструмента, работающего по методу обкатки. Этот метод нарезания основан на том, что по станочно-начальной (делительной) окружности, являющейся в процессе нарезания центроидой, зуборезный инструмент обкатывается без скольжения с помощью своей центроиды. Центроидой у рейки является прямая, у долбяка — окружность.

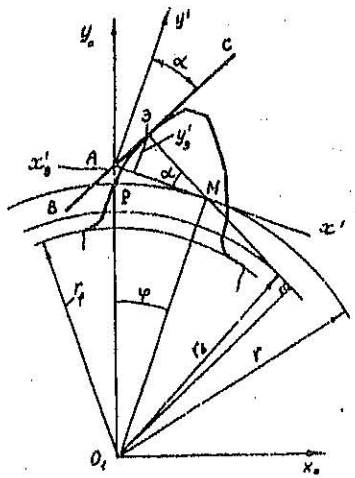


Рис. 6

На рис. 6 изображены расчетная схема станочного зацепления, а также неподвижная $x_0\, O_1\, y_0$ и подвижная $x'\, A\, y'$ системы координат. Ось $O_1\, y_0$ неподвижной системы координат проходит через точку P пересечения профиля с делительной окружностью, а начало координат O_1 находится в центре вращения нарезаемого колеса. Ось $A\, x'$ подвижной системы координат совпадает с делительной прямой рейки, а начало координат лежит в точке A на режущей кромке BC инструмента.

Формулы преобразования для перехода от координат $x_0\, O_1\, y_0$ к координатам $x'\, A\, y'$ имеют вид

$$x' = x_0 \cos\varphi - y_0 \sin\varphi + r\varphi;$$
$$y' = x_0 \sin\varphi + y_0 \cos\varphi - r, \tag{1.42}$$

или

$$x_0 = (x' - r\varphi)\cos\varphi + (y' + r)\sin\varphi;$$
$$y_0 = -(x' - r\varphi)\sin\varphi + (y' + r)\cos\varphi. \tag{1.43}$$

Координаты точки $Э$, лежащей на нарезаемой эвольвенте профиля в системе координат $x'\, Ay'$:

$$x_э = r \cdot \varphi \cdot \sin^2 \varphi;$$
$$y_э = r \cdot \varphi \cdot \sin \alpha \cos \alpha. \qquad (1.44)$$

Подставляя их в выражение (1.43), получим уравнение эвольвентного профиля в системе $x_0\ O_1\ y_0$:

$$x_{0\,э} = r\,[\sin \varphi - \varphi \cos \alpha \cos (\varphi + \alpha)];$$
$$y_{0\,э} = r\,[\cos \varphi - \varphi \cos \alpha \sin (\varphi + \alpha)]. \qquad (1.45)$$

Перейдем теперь к упомянутой ранее системе координат xOy (см. рис. 5), ориентированной относительно середины зуба. Формулы перехода от системы $x_0\ O_1\ y_0$

$$x = x_0 \cos \psi - y_0 \sin \psi;$$
$$y = x_0 \sin \psi + y_0 \cos \psi - r_f, \qquad (1.46)$$

где $\psi = s/(2r)$ — половина угловой толщины зуба на делительной окружности; r_f — радиус окружности впадин нарезаемого колеса.

С учетом уравнений (1.43) и (1.46) формулы для перехода в систему xOy предстанут в следующем виде:

$$x = (x' - r\varphi) \cos (\varphi - \psi) + (y' + r) \sin (\varphi - \psi);$$
$$y = -(x' - r\varphi) \sin (\varphi - \psi) + (y' + r) \cos (\varphi - \psi) - r_f, \qquad (1.47)$$

а в системе $x'Ay'$ уравнение эвольвенты будет иметь такую форму:

$$x_э = r\,[\sin (\varphi - \psi) - \varphi \cos \alpha \cos (\varphi - \psi + \alpha)];$$
$$y_э = r\,[\cos (\varphi - \psi) + \varphi \cos \alpha \sin (\varphi - \psi + \alpha)] - r_f; \qquad (1.48)$$

Угол φ для различных точек профиля эвольвент будет принимать следующие значения:

$$\varphi_p = \varphi_{III} = 0;\ \varphi_{II} = \varphi_\alpha = -\operatorname{tg} \alpha;\ \varphi_{IV} = tg\,\alpha_a - \operatorname{tg} \alpha.$$

Переходная поверхность формируется при нарезании зубьев, поэтому ее геометрия зависит от типа и геометрии применяемого

инструмента, а также от параметров станочного зацепления. Ниже рассмотрена геометрия переходной кривой, получаемой при использовании инструмента с кромкой зуба, очерченной дугой окружности радиусом ρ_f или прямой (фаской).

При нарезании колеса рейкой с угловыми точками профиля (с фаской) на вершине зубьев переходная часть профиля представляет собой траекторию угловой точки при обкатывании инструмента по делительной окружности нарезаемого колеса.

Выпишем в системе $x'Ay'$ (рис.7) координаты угловой точки B режущей кромки зуба рейки:

$$x'_B = -h_{a0} \cdot \operatorname{tg} \alpha;\ y'_B = -h_{a0},\ \text{где}\ h_{a0} = h_a^* \cdot m.$$

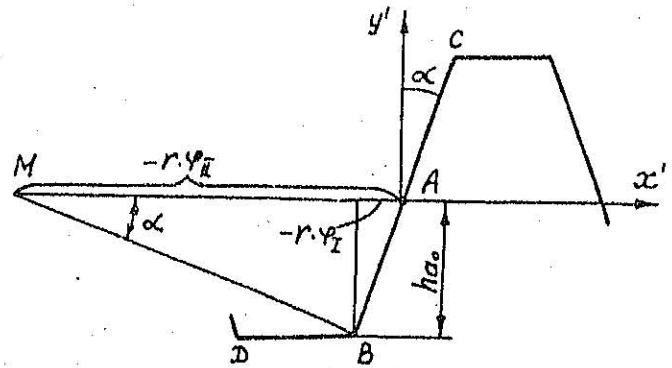


Рис. 7

Если подставить эти выражения в (1.48) для x и y, то получим уравнения искомой переходной кривой профиля:

$$x_B = -(h_{a0} \operatorname{tg} \alpha + r\varphi) \cos (\varphi - \psi) + (-h_{a0} + r) \sin (\varphi - \psi);$$
$$y_B = -(h_{a0} \operatorname{tg} \alpha + r\varphi) \sin (\varphi - \psi) + (-h_{a0} - r) \cos (\varphi - \psi) - r_f. \qquad (1.49)$$

Пределы изменения угла φ определяют из следующих соображений. При отсутствии подрезания эвольвентная и переходная части профиля имеют плавное сопряжение в точке 3 (рис. 8), т.е. в этой точке у них имеется общая нормаль. Вершина B зуба рейки (см. рис. 7) касается эвольвентной части профиля зуба колеса в том положении обкатываемой рейки, когда точка M нормали к вершине

B режущей кромки BC рейки окажется лежащей на делительной окружности нарезаемого колеса. Основываясь на этом, имеем

$$\varphi_{II} = \frac{h_{a0}}{r \sin\alpha \cos\alpha}.$$

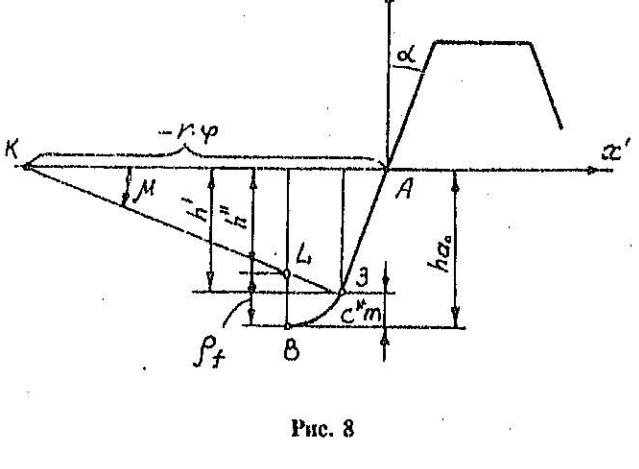


Рис. 8

Начальная точка 1 (см. рис. 5) переходной части профиля принадлежит одновременно и окружности впадин, причем в этой точке окружность впадин и переходная часть профиля имеют общую нормаль. Вершина B зуба рейки (см. рис. 7) касается в точке 1 окружности впадин в том положении обкатываемого инструмента, когда точка нормали к режущей кромке BD оказывается на делительной окружности нарезаемого колеса. Основываясь на этом, имеем

$$\varphi_1 = \frac{h_{a0} \operatorname{tg}\alpha}{r}.$$

Рассмотрим теперь случай, когда рейка имеет закругления на вершинах. Произвольная точка 3 (см. рис. 8) закругления коснется переходной части профиля зуба колеса при таком положении обкатываемого инструмента, когда точка K нормали $K3$ к закруглению окажется на делительной окружности нарезаемого колеса, т.е. когда точка K станет полюсом зацепления.

Высота закругления $C = c^* m$ (см. рис. 8), тогда радиус закругления ρ_f будет найден из условия

$$\rho_f = \frac{c^* m}{1 - \sin\alpha}.$$

Вместе с тем $h' = h_{a0} - c^* m$, $h'' = h_{a0} - \rho_f$. Координаты точки L — центра закругления:

$$x_L' = -(h' \operatorname{tg}\alpha + \rho_f \cos\alpha);$$
$$y_L' = -h'' = -(h_{a0} - \rho_f), \tag{1.50}$$

координаты произвольной точки 3 закругления, определяемой угловым параметром μ:

$$x_3' = x_L' + \rho_f \cos\mu;$$
$$y_3' = y_L' - \rho_f \sin\mu. \tag{1.51}$$

Связь между параметрами μ и φ выражается зависимостью (см. рис. 8)

$$\operatorname{ctg}\mu = -\frac{r\varphi + h' \operatorname{tg}\alpha - \rho_f \cos\alpha}{h''}. \tag{1.52}$$

С учетом (1.48), (1.50) и (1.51) уравнение переходной кривой при наличии на зубьях рейки закруглений примет вид

$$x_3 = -(h' \operatorname{tg}\alpha + \rho_f \cos\alpha - \rho_f \cos\mu + r\varphi)\cos(\varphi - \psi) +$$
$$+ (-h' - \rho_f \sin\mu + r)\sin(\varphi - \psi);$$
$$y_3 = (h' \operatorname{tg}\alpha + \rho_f \cos\alpha - \rho_f \cos\mu + r\varphi)\sin(\varphi - \psi) + \tag{1.53}$$
$$+ (-h' - \rho_f \sin\mu + r)\cos(\varphi - \psi) - r_f.$$

Пределы изменения угла φ определяют из следующих соображений. В точке I (см. рис. 5) касания переходной части профиля с окружностью впадин угол $\mu = 90^\circ$, отсюда следует, что

$$\varphi_I = \frac{h' \operatorname{tg} \alpha + \rho_f \cos \alpha}{r}.$$

В точке II касания переходной и эвольвентной частей профиля угол $\mu = \alpha$, откуда следует

$$\varphi_{II} = -\frac{h'}{r \sin \alpha \cos \alpha}.$$

Выведенные формулы справедливы и для случая нарезания колес червячной фрезой.

Глава 2. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПЛАНЕТАРНЫХ ЗУБЧАТЫХ МЕХАНИЗМОВ С ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ КОЛЕСАМИ

Из всех видов механических передач планетарные зубчатые передачи более других снижают материалоемкость машины. Эти механизмы по сравнению с зубчатыми передачами, имеющими неподвижные оси вращения, обладают меньшими габаритными размерами и массой при равных передаточных отношениях. Однако задача проектирования планетарных передач является более трудоемкой и объемной по времени, чем проектирование обычных передач. В этих механизмах числа зубьев колес должны удовлетворять совокупности многих условий и ограничений. При этом число расчетных уравнений бывает меньше числа неизвестных, поэтому нельзя получить однозначного решения. Таким образом, задача определения чисел зубьев колес сводится к поиску множества вариантов, соответствующих исходным данным, и выбору оптимального.

Решение задач по синтезу планетарных передач можно значительно ускорить, используя ЭВМ. Эту задачу решают применительно к наиболее распространенным схемам соосных планетарных механизмов, составленных из передач без смещения, одного модуля и включающих два и более двухвенцовых сателлита.

§ 1. Основные характеристики планетарных механизмов

В табл. 3 представлены характеристики наиболее распространенных планетарных механизмов 2К-Н по классификации, приведенной в работе [4]. Значения рациональных передаточных отношений, в зависимости от выбранного входного звена механизма, для каждой схемы находятся в некотором ограниченном диапазоне. Когда передаточное отношение выходит за пределы этого диапазона, проектируемый привод выполняют в виде последовательного соединения рассматриваемых планетарных механизмов или комбинации рядовой передачи и планетарного механизма. Так образуются двух- и трехступенчатые механизмы.

Таблица 3

Рекомендации по выбору схемы планетарного механизма

Кинематическая схема планетарного механизма	Звено			Диапазон U (по модулю)	Ориентировочное значение КПД
	Входное	Выходное	Неподвижное		
Однорядный планетарный механизм (рис. 9, *а*) $U^3_{1H} = 1 + \frac{z_3}{z_1}$	1	*H*	3	2,8-8	0,99-0,97
	3	*H*	1	1,13-1,5	0,98-0,99
Двухрядный планетарный механизм со смешанным зацеплением (рис. 9, *б*) $U^4_{1H} = 1 + \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}$	1	*H*	4	7-16	0,99-0,97
Двухрядный планетарный механизм с двумя внешними зацеплениями (рис. 9, *в*) $U^4_{1H} = 1 - \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}$	1	*H*	4	До 25	0,96
				До 1600	Явление самоторможения
	H	1	4	До 1600	С увеличением U резко падает
Двухрядный планетарный механизм с двумя внутренними зацеплениями (рис. 9, *г*) $U^4_{1H} = 1 - \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}$	1	*H*	4	До 16	0,96
				До 1600	Явление самоторможения
	H	1	4	8-13	0,90-0,75
				35-300	0,8-0,4
				До 1600	Низкий

Наиболее часто в силовых приводах применяют однорядный планетарный механизм с одновенцовыми сателлитами (рис. 9, *а*). Это объясняется сравнительной простотой его изготовления, малыми осевыми габаритами, высоким КПД, а также простотой подбора чисел зубьев колес. При реализации больших передаточных отношений последовательно соединяют несколько однорядных планетарных механизмов.

Несколько больший диапазон передаточных отношений имеет планетарный механизм, выполненный по схеме, представленной на рис. 9, *б* (см. табл. 3). Он также применяется в силовых приводах и имеет высокий КПД. Однако наличие двухвенцового сателлита усложняет подбор чисел зубьев колес и увеличивает число сателлитов. Поэтому конструкторы редко применяют такую схему механизма.

Широкие кинематические возможности имеют схемы, изображенные на рис. 9, *в* и *г* (см. табл. 3). Передаточные отношения в этих схемах планетарных механизмов могут быть положительными и отрицательными, абсолютное значение изменяется в широком диапазоне. Однако с увеличением передаточного отношения КПД передач резко падает. При входном колесе z_1 не рекомендуется назначать $U > 25$, так как при этом возрастают потери на трение и появляется опасность возникновения самоторможения. Поэтому в подобных механизмах за входное звено принимают водило. Эти схемы применяются в несиловых установках кратковременного действия и приводах приборов, когда необходимо редуцировать очень большое или малое передаточное отношение и КПД механизма не имеет решающего значения. Преимущество при этом отдается схеме на рис. 9, *г* (см. табл. 3) с двумя внутренними зацеплениями, как более компактной и имеющей несколько больший КПД.

§ 2. Общие условия синтеза планетарных механизмов

При кинематическом синтезе многосателлитной планетарной передачи, конструируемой по заданной схеме, решают задачи подбора таких чисел зубьев ее колес, которые будут удовлетворять условиям: выполнения заданного передаточного отношения, правильности зацепления зубьев колес, соосности входного и выходного валов, соседства и сборки.

Первые три условия являются общими при синтезе любой планетарной зубчатой передачи. Остальные диктуются особенностями кинематических схем планетарных механизмов.

При синтезе планетарного механизма необходимо учитывать основные механические показатели качества: 1) КПД; 2) минимальные габаритные размеры; 3) массу проектируемого механизма;

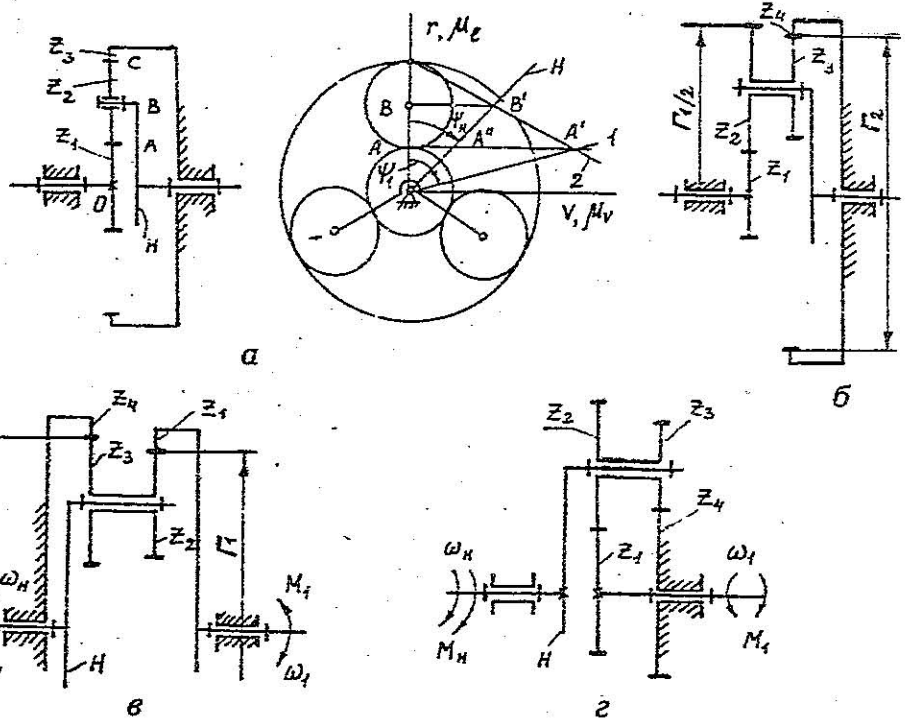


Рис. 9

4) динамические нагрузки в зацеплениях колес механизма, которые снижаются при выполнении следующих требований: а) числа зубьев центральных колес и числа сателлитов должны быть взаимно простыми; б) числа зубьев сопряженных колес не должны иметь общих множителей [4].

При проектировании планетарного механизма силового привода необходимо оценивать его КПД до подбора чисел зубьев. В учебной практике можно воспользоваться рекомендациями табл. 3 или аналитическими зависимостями, приведенными в работе [4, с.79].

Требования к габаритным размерам планетарного механизма обычно сводятся к тому, чтобы они не превышали заданных.

Масса механизма зависит от многих факторов, однако в данном пособии учитывается только один из них: сумма чисел зубьев S всех колес механизма. Эту характеристику в дальнейшем и будем принимать за критерий оценки массы.

Предположим, что схема механизма с учетом КПД выбрана, передаточное отношение и число сателлитов заданы. Все колеса имеют одинаковый модуль, который либо задан в исходных данных, либо может быть определен по формуле

$$m = 1{,}65\sqrt[3]{\frac{M_1}{z_1 k}}, \qquad (2.1)$$

где M_1 – крутящий момент на входном звене; z_1 – число зубьев центрального колеса; k – число сателлитов планетарного механизма.

В этом случае проектирование сводится к подбору чисел зубьев колес. При решении этой задачи требуется учитывать следующие условия.

1. Сочетанием чисел зубьев колес должно с допустимой точностью обеспечиваться заданное передаточное отношение. При этом числа зубьев колес должны быть целыми числами.

2. При отсутствии специальных требований к габаритным размерам желательно использовать в планетарном механизме зубчатые колеса без смещений.

Этими ограничениями учитывается отсутствие заклинивания передачи и подрезания зубьев: для колес с внешними зубьями, нарезанных стандартным инструментом, $z \geq z_{min} = 17$, для колес с внутренними зубьями в зависимости от параметров долбяка принимают $z > z_{min} = 85$ при $h_a^* = 1$ и $z \geq z_{min} = 58$ при $h_a^* = 0{,}8$.

3. Условием соосности определяется соосное расположение центральных колес планетарного механизма с водилом H. Соосность основных звеньев приводит к равенству межосевых рас-

стояний зацепляющихся колес. Для механизмов, изображенных на рис. 9, условие соосности можно конкретизировать в виде соотношений между радиусом водила и размерами радиусов начальных окружностей:

$$\begin{aligned}
&\text{схема } а\text{: } r_H = r_{W1} + r_{W2} = r_{W3} - r_{W2};\\
&\text{схема } б\text{: } r_H = r_{W1} + r_{W2} = r_{W4} - r_{W3};\\
&\text{схема } в\text{: } r_H = r_{W1} + r_{W2} = r_{W3} + r_{W4};\\
&\text{схема } г\text{: } r_H = r_{W1} - r_{W2} = r_{W4} - r_{W3}.
\end{aligned} \qquad (2.2)$$

4. Условие совместности, или соседства, которое учитывает возможность свободного размещения сателлитов без соприкосновения их друг с другом. Это условие будет выполнено, если расстояние между осями сателлитов будет больше диаметра окружности вершин наибольшего сателлита $d_{a\,2,3}$. Математически это условие для механизмов, представленных на рис. 9, выражается неравенством

$$\sin\frac{\pi}{k} > \frac{z_2\,(z_3) + 2\,h_a^*}{z_1 \pm z_2}. \qquad (2.3)$$

В числителе правой части неравенства (2.3) выбирают z_2 в том случае, если $z_2 > z_3$, и наоборот, если $z_2 < z_3$, то выбирают z_3. В знаменателе ставят относительное межосевое расстояние, т.е. если зацепление внешнее, то сумму чисел зубьев, если зацепление внутреннее — то разность чисел зубьев колес.

Если необходимо определить наибольшее число сателлитов, которое может иметь планетарный механизм с известными числами зубьев, условие соседства приводят к виду

$$k \le \frac{\pi}{\arcsin\left(\dfrac{z_2 + 2\,h_a^*}{z_1 \pm z_2}\right)}. \qquad (2.4)$$

5. Условие сборки с симметрией зон зацепления выражается соотношением

$$\frac{z_1\,U_{1H}}{k}(1 + k\,P) = \text{Ц}, \qquad (2.5)$$

где k — число сателлитов; $P = 0, 1, 2, 3 \ldots$ — целое число; Ц — любое целое число.

Выполнение этого равенства фактически означает следующее: если один из сателлитов свободно устанавливается на вертикальной оси (рис. 10), то все последующие сателлиты будут свободно входить в зацепление с соответствующими колесами в той же позиции. Для этого необходимо повернуть водило на угол

$$\varphi_H = \frac{2\,\pi}{k}(1 + P\,k). \qquad (2.6)$$

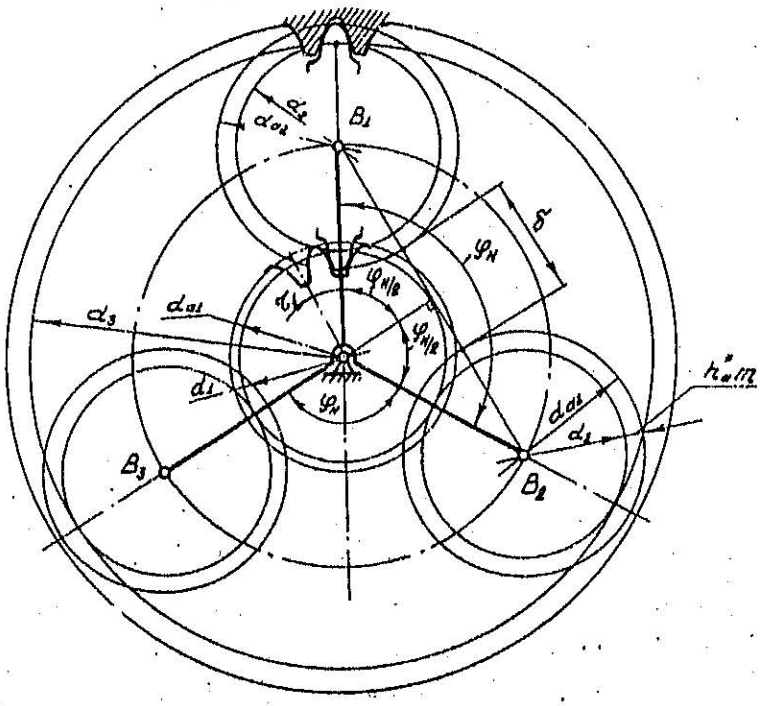


Рис. 10

У двухвенцовых сателлитов зубья одного венца одинаково ориентированы относительно зубьев второго венца.

§ 3. Методика синтеза отдельных схем планетарных механизмов

В исходных данных курсового проекта числа зубьев колес не заданы, и их необходимо определить на стадии проектирования кинематической схемы. Задача определения чисел зубьев сводится к составлению исходных уравнений, отражающих указанные условия и требования для каждой рассматриваемой схемы, и их совместному решению. Одним из простых методов определения чисел зубьев является метод сомножителей, при котором числа зубьев колес планетарного механизма определяют для заданного передаточного отношения, при правильном зацеплении зубьев колес (отсутствие подрезания зубьев и заклинивания передачи) и выполнении условия соосности. При этом проверяют условия сборки, соседства и учитывают конструктивные ограничения.

Планетарный двухрядный механизм со смешанным зацеплением (рис. 9, *б*). Дано: $U_{1H}^{(4)}$, k и m. Перепишем все ранее выведенные формулы и условия синтеза:

уравнение передаточного отношения

$$U_{1H} = 1 + \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}; \qquad (2.7)$$

уравнение соосности

$$a_W = r_{W1} + r_{W2} = r_{W4} - r_{W3},$$

или при равных модулях во всех зацеплениях механизма

$$z_1 + z_2 = z_4 - z_3. \qquad (2.8)$$

Уравнение (2.5) сборки имеет вид

$$\frac{z_1 U_{1H}}{k}(1 + k P) = \text{Ц}$$

Условие (2.3) совместности при $z_2 > z_3$ имеет вид

$$\sin\frac{\pi}{k} > \frac{z_2 + 2h_a^*}{z_1 + z_2},$$

в случае, если $z_3 > z_2$,

$$\sin\frac{\pi}{k} > \frac{z_3 + 2h_a^*}{z_1 + z_2}.$$

Решение проводят методом сомножителей. Из уравнения (2.7) передаточного отношения определяют числовое значение $\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}$ и полученное число раскладывают на сомножители A, B, C и D, которым числа зубьев z_1, z_2, z_3, z_4 должны быть соответственно пропорциональны. Чтобы обеспечить соосность механизма $a_{W1} = a_{W2}$, вводят дополнительные множители, поставленные в скобки:

$$U_{1H} - 1 = \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} = \frac{BD}{AC} = \frac{B(D-C)}{A(D-C)}\frac{D(A+B)}{C(A+B)}.$$

С учетом условия соосности для этой схемы

$$z_1 = A(D-C)q;$$

$$z_2 = B(D-C)q;$$

$$z_3 = C(A+B)q;$$

$$z_4 = D(A+B)q.$$

Общий множитель q подбирают так, чтобы все числа зубьев были целыми и $z_1 > 17$; $z_2 > 17$; $z_3 \geq 20$; $z_4 \geq 85$, а $z_4 - z_3 \geq 8$.

Затем следует проверить, как выполняются условия сборки (2.5), соседства (условие (2.3)) и требования к габаритным размерам.

Планетарные двухрядные механизмы с двумя внешними (рис. 9, *г*) или двумя внутренними (рис. 9, *в*) зацеплениями. Для указанных схем планетарных механизмов ведущим звеном является водило $U_{H1} = \frac{\omega_H}{\omega_1}$. При решении задачи полагают заданными U_{H1}, k и m.

Выписывают необходимые уравнения:
уравнение передаточного отношения

$$U_{1H} = \frac{1}{U_{H1}} = 1 + \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}; \qquad (2.10)$$

уравнение соосности

$$r_{W1} \pm r_{W2} = r_{W4} \pm r_{W3} \text{ или } z_1 \pm z_2 = z_4 \pm z_3 \qquad (2.11)$$

(знак плюс соответствует внешнему зацеплению, знак (минус) соответствует внутреннему зацеплению);

уравнение сборки

$$\frac{z_1 \frac{1}{U_{H1}}}{k}(1 + kP) = \text{Ц};$$

условие соседства

$$\sin\frac{\pi}{k} > \frac{z_2 (z_3) + 2 h_a^*}{z_1 \pm z_2}.$$

Решение проводят методом сомножителей.

Из уравнения (2.10) определяют числовое значение отношения, которое заменяют отношением, составленным из сомножителей A, B, C и D, соответственно пропорциональных числам зубьев: $\frac{BD}{AC} = 1 - \frac{1}{U_{H1}}$.

Чтобы обеспечить соосность двухрядного планетарного механизма ($a_{W1} = a_{WII}$), числа зубьев подсчитывают по формулам

$$z_1 = A(D \pm C)q;$$

$$z_2 = B(D \pm C)q;$$

$$z_3 = C(A \pm B)q; \qquad (2.12)$$

$$z_1 = D(A \pm B)q.$$

Последним этапом решения задачи синтеза является проверка по условиям сборки и соседства.

Однорядный планетарный механизм (рис. 9, *а*). Дано: U_{1H}, k и m. Выписывают все необходимые уравнения:
уравнение передаточного отношения

$$U_{1H} = 1 + \frac{z_3}{z_1}; \qquad (2.13)$$

уравнение соосности для заданной схемы механизма $r_{W1} + 2 r_{W2} = r_{W3}$. Если зубья колес планетарного механизма без смещений, то $z_1 + 2 z_2 = z_3$;

уравнение сборки

$$\frac{z_1 U_{1H}}{k}(1 + k P) = \text{Ц}; \qquad (2.14)$$

условие соседства имеет вид

$$\sin\frac{\pi}{k} > \frac{z_2 + 2 h_a^*}{z_1 + z_2}.$$

Далее решение проводят в такой последовательности:

1. Задают число зубьев центрального колеса $z_1 > z_{min} = 17$.

2. Из уравнения (2.13) определяют $z_3 = z_1 (U_{1H} - 1)$. Число зубьев опорного колеса z_3 должно быть целым числом, большим 85.

3. Из уравнения соосности (2.14) определяют $z_2 = \frac{z_3 - z_1}{2}$.

Число зубьев у сателлита должно быть целым числом, большим или равным 20.

4. Проверяют условие сборки по уравнению (2.5):

$$\frac{z_1 U_{1H}}{k}(1 + kP) = \text{Ц}.$$

5. Проверяют условие соседства по неравенству (2.3):

$$\sin\frac{\pi}{k} > \frac{z_2 + 2h_a^*}{z_1 + z_2}.$$

Если хотя бы одно из условий не выполняется, то следует выбрать другое значение x_1.

После определения чисел зубьев планетарного механизма и расчета радиусов делительных окружностей колес на листе изображают кинематическую схему механизма в двух проекциях и на одной из них строят треугольники скоростей (см. рис. 3, *б*). Угловые скорости колеса z_1 и водила H пропорциональны тангенсам углов ψ_1 и ψ_2; передаточное отношение $U_{1H} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = \frac{\operatorname{tg}\psi}{\operatorname{tg}\psi_H} = \frac{AA'}{AA''}$. Углы ψ_1 и ψ_2 однозначны, следовательно, и угловые скорости будут иметь одинаковое направление.

§ 4. Критерии оптимальности планетарного механизма

При синтезе планетарного механизма необходимо учитывать не только условия, определяющие его кинематику, но и дополнительные требования, позволяющие улучшить качество механизма. Условия кинематической работоспособности механизма рассмотрены в предыдущих параграфах. Соответствующие им решения многовариантны, поэтому в конце вычислительного процесса из них выбирают оптимальное. Таковых может быть несколько, в зависимости от числа оценочных параметров. В качестве критериев оптимальности планетарного механизма принимают (см. рис. 9):

1) наибольший радиальный габарит Γ_1 или Γ_2: Γ_1, если $\Gamma_1 > \Gamma_2$; Γ_2, если $\Gamma_2 > \Gamma_1$;

2) сумму чисел зубьев $S = z_1 + z_2 + z_3 + z_4$, косвенно определяющую массу и трудоемкость изготовления;

3) условие отсутствия кратности числу сателлитов k числа зубьев центральных колес.

Для поиска оптимальных решений у всех вариантов набора z_1, z_2, z_3, z_4 и k, удовлетворяющих кинематическим условиям, рассчитывают оценочные показатели S, Γ_1, Γ_2. Затем, последовательно сравнивая между собой величины S_i, находят наименьший критерий S_{min}. Затем соответствующий ему набор значений S_{min}, z_1, z_2, z_3 и k принимают за параметры оптимального механизма, имеющего наименьшую массу и трудоемкость изготовления колес механизма при прочих равных условиях. Аналогично, сравнивая размеры Γ_1, если $\Gamma_1 > \Gamma_2$, или Γ_2, если $\Gamma_2 > \Gamma_1$, находят наименьший показатель Γ_{min}. Соответствующий ему набор параметров, Γ_{min}, S, z_1, z_2, z_3, z_4 и k выделяют в оптимальный вариант механизма с наилучшим радиальным габаритом при прочих равных условиях.

Во всех решениях, удовлетворяющих **кинематическим** требованиям, проверяют кратность числа зубьев z_1, а затем z_4 — числу сателлитов k. Наборы S, Γ, z_1, z_2, z_3, z_4 и k, не отвечающие этому условию, принимают за параметры оптимальных механизмов, наиболее динамически работоспособных при прочих равных условиях.

Глава 3. ОПИСАНИЕ ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ

Представленные в гл. 1 и 2 методики конструкторского проектирования положены в основу расчетных программ зубчатых передач и планетарных механизмов. Ниже приведены сокращенные варианты пакетов этих программ, предназначенные для учебного проектирования. Программы написаны на алгоритмическом языке Фортран-77 и пригодны для различных типов персональных и мини-ЭВМ. Программы вызываются на выполнение штатными средствами операционных систем, результаты проектирования по завершении расчета могут быть сохранены на магнитном диске для последующего вывода на внешний носитель.

§ 1. Программа расчета параметров цилиндрической эвольвентной зубчатой передачи *SS*

Данная программа позволяет рассчитать геометрические параметры и качественные показатели эвольвентного зацепления. Расчет может быть выполнен в вариантах: 1) при свободном межосевом расстоянии передачи; 2) при заданном межосевом расстоянии.

Исходные данные, результаты расчета, их обозначения и идентификаторы описаны в табл. 4 и 5. Межосевое расстояние a_W вводят только в варианте расчета с заданным межосевым расстоянием. Модуль зацепления, по выбору расчетчика, или вводят непосредственно, или определяют по введенной нагрузке на валу колеса – см. формулу (1.8).

Таблица 4

Исходные данные программы

Величина	Обозначение	Единица измерения	Идентификатор
1	2	3	4
Число зубьев шестерни	z_1	-	Z1
Число зубьев колеса	z_2	-	Z2
Угол наклона образующей	β	град	BETA

1	2	3	4
Главный угол профиля исходного производящего контура	α	град	ALF
Коэффициент высоты головки исходного производящего контура	h_a^*	-	HA
Коэффициент радиального зазора	c^*	-	C
Модуль нормальный	m	мм	M
Момент нагрузки на валу	M	Н · м	TT
Межосевое расстояние	a_W	мм	AW

Таблица 5

Идентификаторы, обозначения и наименования результирующих величин

Идентификатор	Обозначение	Величина	Единица измерения
1	2	3	4
R1 R2	r_1 r_2	Радиусы делительных окружностей	мм
RB1 RB2	r_{b1} r_{b2}	Радиусы основных окружностей	мм
PT	p_t	Шаг торцовый	мм
MT	m_t	Модуль торцовый	мм
HAT	h_{at}	Коэффициент высоты головки исходного контура	-
CT	c_t	Коэффициент радиального зазора в торцовом сечении	-
ALFT	α_t	Главный угол профиля исходного контура в торцовом сечении	град

Продолжение табл. 5

1	2	3	4
R0	ρ_f	Радиус кривизны переходной кривой	мм
P1X P2X	$\bar{p}_1$ $\bar{p}_2$	Шаги по хордам делительных окружностей	мм
ZMINT	$z_{\min}$	Наименьшее число зубьев колеса без смещения	-
XMINT1 XMINT2	$x_{\min t1}$ $x_{\min t2}$	Наименьшие коэффициенты смещения исходного производящего контура	-
S0	s_0	Толщина зуба исходного производящего контура по делительной прямой	мм
X1 X2	x_1 x_2	Коэффициенты смещения исходного производящего контура	-
Y	y	Коэффициент воспринимаемого смещения	-
DY	Δy	Коэффициент уравнительного смещения	-
RW1 RW2	r_{w1} r_{w2}	Радиусы начальных окружностей	мм
AW*	a_w	Межосевое расстояние передачи	мм
RA1 RA2	r_{a1} r_{a2}	Радиусы окружностей вершин	мм
RF1 RF2	r_{f1} r_{f2}	Радиусы окружностей впадин	мм
H	h	Высота зубьев колес	мм
S1 S2	s_1 s_2	Толщина зубьев по дуге делительных окружностей	мм
ALFWT	α_w	Угол зацепления передачи	град
SA1 SA2	s_{a1} s_{a2}	Толщина зубьев по дугам окружностей вершин	- мм

* Вычисляется только для передачи со свободным межосевым расстоянием.

Окончание табл. 5

1	2	3	4
EALF	ε_α	Коэффициент торцового перекрытия	-
EGAM	ε_γ	Суммарный коэффициент перекрытия	-
LAM1 LAM2	λ_1'' λ_2''	Коэффициенты скольжения	-
TETA	υ_p	Коэффициент удельного давления	-

При расчете схемы со свободным межосевым расстоянием файл результатов содержит таблицу из 12 вариантов расчета с различными коэффициентами смещения шестерни.

Коэффициент смещения колеса назначается в соответствии с приложением 2 ГОСТ 16532–81, а коэффициент смещения шестерни x_1 изменяется от 0 до 1,1 с шагом 0,1. При анализе результатов пользователю следует выбрать оптимальный, с его точки зрения, вариант в зависимости от назначения проектируемой передачи (см. гл. 1, § 6).

При расчете схемы с заданным межосевым расстоянием программа определяет коэффициенты смещения x_1 и x_2, удовлетворяющие заданному расстоянию; результат содержит набор данных, соответствующих одному этому варианту.

§ 2. Программа синтеза планетарных механизмов *SP*

Данная программа позволяет синтезировать однорядный или двухрядный планетарный механизм при некотором диапазоне изменения чисел зубьев зубчатых колес.

Входные данные для расчета по программе *SP*:

1 — Передаточное отношение редуктора U_{1H}.
2 — Требуемая точность передаточного отношения ε.
3 — Момент нагрузки на входном валу M, Н·м.
4 — Число оборотов входного колеса n_1, об/мин.
5 — Число сателлитов k.
6 — Минимальное число зубьев 1-го колеса z_1.
7 — Максимальное число зубьев 1-го колеса $z_{1\max}$.
8 — Минимальное число зубьев 2-го колеса z_2.

9 – Максимальное число зубьев 2-го колеса $z_{2\,max}$.
10 – Минимальное число зубьев 3-го колеса z_3.
11 – Максимальное число зубьев 3-го колеса $z_{3\,max}$.
12 – Минимальное число зубьев 4-го колеса z_4.
13 – Максимальное число зубьев 4-го колеса $z_{4\,max}$.

При расчете однорядного редуктора вводят только данные, указанные в пп. 1 – 7. Число зубьев z_3 вычисляют через передаточное отношение (см. табл. 3), округляя до ближайшего целого значения, а z_2 вычисляют как полусумму z_1 и z_3 (из условия соосности). Если z_2 оказывается нецелым, то z_3 увеличивают на единицу и процедура повторяется.

Передаточное отношение U_{1H} синтезируемых редукторов обеспечивается с относительной точностью ε. Модули зацепления в ступенях назначают одинаковыми и определяют по моменту нагрузки в соответствии с формулой (2.1). Приемлемое сочетание чисел зубьев колес принимают на основе последовательной проверки условий соосности, обеспечения передаточного отношения с заданной точностью, сборки и правильного зацепления. Общее число перебираемых вариантов для двухрядного редуктора равно

$$(z_{1\,max} - z_1)\,(z_{2\,max} - z_2)\,(z_{3\,max} - z_3)\,(z_{4\,max} - z_4).$$

Если решение в заданном диапазоне чисел зубьев отсутствует, то указывается условие, которое не было выдержано во всех опробованных вариантах.

Условие кратности чисел зубьев входной шестерни числу сателлитов и условие $(n_H - n_C) > 1{,}5\,n_1$ соотношения угловых скоростей ведущей шестерни и водила являются проверочными и при их несоблюдении вариант из результата не выбраковывают.

В таблице результирующих величин кроме чисел зубьев колес для каждого удовлетворительного варианта чисел зубьев колес указывают:

фактическое передаточное отношение U'_{1H};
максимальный габарит редуктора Γ_{max};
массу редуктора в условных единицах S;
КПД редуктора;
признак кратности числу сателлитов (0 – нет, 1 – да);
признак правильности соотношения угловых скоростей (0 – правильно, 1 – неправильно);
число оборотов водила и сателлитов n_H, n_c, об/мин.

Все результаты могут быть записаны на носитель для последующего анализа и определения оптимального варианта расчета.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гавриленко В.А.* Основы теории эвольвентной зубчатой передачи. М.: Машиностроение, 1969. 432 с.

2. *Вулгаков Э.Б.* Зубчатые передачи с улучшенными свойствами. М.: Машиностроение, 1974. 264 с.

3. Справочник по геометрическому расчету эвольвентных зубчатых и червячных передач / Под ред. И.А. Болотовского. М.: Машиностроение, 1986. 447 с.

4. Планетарные передачи: Справ. / Под ред. В.И. Кудрявцева и Ю.Н. Кирдяшева. Л.: Машиностроение, 1977. 536 с.

5. *Решетов Д.Н.* Детали машин. М.: Машиностроение, 1989. 496 с.

6. *Колчин Н.И.* Механика машин. Т. 1. Л.: Машиностроение, 1971. 556 с.

7. *Попов С.А., Тимофеев Г.А.* Курсовое проектирование по теории механизмов и механике машин: Учебн. пособие для втузов / Под ред. К.В Фролова. 2-е изд. М.: Высш. шк., 1998. 351 с.

8. Теория механизмов и механика машин: Учебн. для втузов / Под ред. К.В.Фролова. 2-е изд. М.: Высш. шк., 1998. 496 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение 3
Глава 1. Проектирование эвольвентных зубчатых передач 4
§ 1. Виды зубчатых передач и их свойства 4
§ 2. Исходный производящий контур инструмента и станочное зацепление 6
§ 3. Определение модуля 10
§ 4. Геометрические расчеты эвольвентных зубчатых передач внешнего зацепления 11
§ 5. Качественные показатели зубчатых передач 17
§ 6. Выбор коэффициентов смещения с учетом качественных показателей 22
§ 7. Построение профиля зуба колеса, изготовляемого реечным инструментом 30
§ 8. Построение проектируемой зубчатой передачи 32
§ 9. Расчет профилей цилиндрических зубчатых колес и геометрии переходной кривой, нарезанных инструментом реечного типа 33
Глава 2. Проектирование планетарных зубчатых механизмов с цилиндрическими колесами 41
§ 1. Основные характеристики планетарных механизмов 41
§ 2. Общие условия синтеза планетарных механизмов 43
§ 3. Методика синтеза отдельных схем планетарных механизмов 48
§ 4. Критерии оптимальности планетарного механизма 52
Глава 3. Описание программных средств 54
§ 1. Программа расчета параметров цилиндрической эвольвентной зубчатой передачи *SS* 54
§ 2. Программа синтеза планетарных механизмов *SP* 57
Список рекомендуемой литературы 59